Simulado de Álgebra Linear II

Professora Fátima

1. Considere $T : \Re^2 \to \Re^2$ dada por: $T(x, y) = (x + y, x + y)$

   (a) Encontre o núcleo desta transformação linear, uma base para o núcleo e sua dimensão.

   (b) Encontre a imagem desta transformação linear, uma base para a imagem e sua dimensão.

   (c) Encontre os autovalores desta transformação linear, ou seja, os autovalores da matriz

   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

   que é a matriz (na base canônica) associada a esta transformação linear. Exiba os autovetores associados aos autovalores encontrados.

   (d) A matriz A do item anterior é diagonalizável? Caso não seja, justifique. Se for diagonalizável encontre uma matriz D, diagonal e uma matriz P invertível tal que:

   $$A = PDP^{-1}$$

   (e) Descreva com suas palavras o efeito desta transformação linear em um vetor do plano. Em particular, o que acontece quando u é um autovetor de A? Dica: No aplicativo abaixo, altere as coordenadas do vetor u do domínio e verifique o efeito no vetor $w = Au$ da imagem. Acesso ao aplicativo

2. Encontre uma transformação linear $T : \Re^3 \to \Re^3$ com autovalores $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$ e $\lambda_3 = 0$ associados respectivamente aos autovetores $u = (1, 1, 0)$, $v = (-1, 1, 0)$ e $w = (0, 0, 1)$. Determine o núcleo e a imagem desta transformação linear.