

Introdução a funções
Professora Fátima

Definição 1 (Função) *Uma função $f : A \rightarrow B$ associa a cada elemento do conjunto A um único elemento do conjunto B . O conjunto "de partida" A é chamado o domínio da função e o "conjunto de chegada" B é chamado o contradomínio da função.*

Definição 2 (Imagem) *Seja $f : A \rightarrow B$. Chamamos de imagem de f ao conjunto:*

$$Im_f = \{y \in B, \text{ tal que existe } x \in A, \text{ com } f(x) = y\}$$

Exemplo 1: Sejam:

$$A = \{\text{Maria, João, Isabela, Paula, Francisco}\}, B = \{\text{Carla, Patrícia, Rita}\}$$

Seja f é uma função que a cada criança do domínio associa a sua mãe. Acrescentamos aqui que Carla, Patrícia e Rita são irmãs. Sabendo-se que $f(\text{Maria})=\text{Carla}$, $f(\text{João})=\text{Carla}$, $f(\text{Isabela})=\text{Patrícia}$, $f(\text{Paula})=\text{Patrícia}$ e $f(\text{Francisco})=\text{Patrícia}$.

Exercícios:

1. Avalie se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa.
 - a) f é uma função.
 - b) Maria e João são irmãos.
 - c) Maria e Francisco são primos.
 - d) Maria e Paula são irmãs.
2. Que graus de parentesco você identifica no problema?
3. Faça um diagrama representando a função f .
4. Qual é a imagem da função f ?

Seja $f : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. O gráfico de f é o subconjunto dos pontos do plano dado por:

$$G_f = \{(x, f(x)) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in A\}$$

Definição 3 (Função injetiva (ou injetora)) Dizemos que $f : A \rightarrow B$ é injetiva (ou injetora) quando elementos distintos de A possuem imagens distintas em B , ou equivalentemente:

$$(f(c) = f(d)) \Rightarrow (c = d), \quad \forall c, d \in A$$

Exercícios:

5. A função exibida no Exemplo 1 é injetiva? Justifique.
6. A função $f(x) = 2x, x \in \mathbb{R}$ é injetiva? Trace seu gráfico.
7. A função $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$ é injetiva? Trace seu gráfico.

Definição 4 (Função sobrejetiva(ou sobrejetora)) Dizemos que $f : A \rightarrow B$ é sobrejetiva(ou sobrejetora) quando dado $y \in B$, existe $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Assim, quando a função é sobrejetiva, o contradomínio coincide com a imagem.

Exercícios:

8. A função exibida no Exemplo 1 é sobrejetiva? Justifique.
9. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2$. Esta função é sobrejetiva?
10. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ dada por $f(x) = x^2$. Esta função é sobrejetiva?

Definição 5 (Função bijetiva(ou bijetora)) Dizemos que $f : A \rightarrow B$ é bijetiva(ou bijetora), quando ela é injetiva e sobrejetiva.

Definição 6 (Função Afim) Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = ax + b$, onde a e b são constantes reais, é chamada de função afim. O coeficiente a é a taxa de variação da função f e é também o coeficiente angular da reta $y = ax + b$, que é o gráfico da função afim. O coeficiente b é chamado de coeficiente linear da reta.

Exercícios:

1. Exercícios do portal OBMEP
2. Encontre uma equação para a reta que passa pelos pontos $(-1,7)$ e $(2,3)$. Trace o gráfico desta reta.

3. Encontre uma equação para a reta que é paralela a reta $y = -2x + 1$ e que passe no ponto $(6, -7)$. Trace os gráficos de ambas as retas.
4. Encontre uma equação da reta que é perpendicular a reta $y = 3x - 10$ e que passe no ponto $(6, 5)$. Trace os gráficos de ambas as retas.