

Primeira Lista de Cálculo III
Professora Fátima

1. Determine uma equação cartesiana do plano que passa pelos pontos $A=(12,4,-3)$, $B=(-2,-2,5)$ e $C=(3,-1,3)$. Encontre um vetor normal a este plano. Esboce o gráfico do plano em $\mathbb{R}^3$.
2. Encontre a equação cartesiana do plano gerado pelos vetores $(0,4,-3)$ e $(4,0,-1)$ e que passa no ponto $(5,1,1)$. Determine um vetor normal a este plano.
3. Esboce o gráfico das seguintes superfícies especiais em $\mathbb{R}^3$:
 - (a) Do cilindro $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Identifique a curva diretriz, determinando o plano em que ela se encontra, assim como a reta geratriz.
 - (b) Do cilindro $z = x^2$. Identifique a curva diretriz, determinando o plano em que ela se encontra, assim como a reta geratriz.
 - (c) Do cone gerado pela rotação da reta $z = 3y$ em torno do eixo z . Encontre uma equação cartesiana para este cone.
4. (Simons-Cálculo com Geometria Analítica, Vol. 2) Identifique, em cada caso, a superfície quádrlica (elipsoide, hiperboloide de uma folha, hiperboloide de duas folhas, cone elíptico, paraboloides elíptico, paraboloides hiperbólico). Esboce o gráfico. Confira no Geogebra.
 - (a) $2x^2 + y^2 + 4z^2 = 16$
 - (b) $z^2 = 4(x^2 + y^2)$
 - (c) $z = 4(x^2 + y^2)$
 - (d) $x^2 + z^2 - 4y^2 = 4$
 - (e) $y^2 - 4x^2 - 9z^2 = 36$
 - (f) $z = 4 - 2x^2 - 3y^2$
 - (g) $z = x^2 - 2y^2$
5. Esboce a curva de nível 1 de $f(x, y) = x^2 + y$
6. (i-sorteio) Esboce a curva de nível 6 da função $f(x, y) = y - x^2 + 5x$

7. (ii-sorteio) Determine em cada ponto o gradiente da função:

$$f(x, y) = x^5 y^2 - 4x \operatorname{sen} y + 4y \cos x$$

8. (iii-sorteio) Determine a equação do plano tangente ao gráfico de $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4y + 4$ no ponto $(3, 1, f(3, 1))$.
9. (iv- sorteio) Encontre a equação do plano tangente ao gráfico da função definida por $f(x, y) = x^2 + y^2$, em $x = 1$, $y = 1$.
10. Encontre a equação do plano tangente ao gráfico da função definida por $f(x, y) = x e^{xy}$, em $x = 1$, $y = 0$.
11. Determine e classifique os pontos críticos de cada função.

- (a) (v-sorteio) $f(x, y) = x^3 y + 12x^2 - 8y$
- (b) (vi-sorteio) $f(x, y) = xy^2 + x^3 y - xy$
- (c) (vii-sorteio) $f(x, y) = x^2 y + 3xy - 3x^2 - 4x + 2y$
- (d) (viii-sorteio) $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy + 5$
- (e) (ix-sorteio) $f(x, y) = 2x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y$
- (f) (x-sorteio) $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$.

12. (xi-sorteio) Uma caixa retangular sem tampa deve ser feita com $12m^2$ de papelão. Determine o volume máximo de tal caixa.
13. Uma caixa retangular tem um volume igual a 20 metros cúbicos. O material usado nos lados custa 1 real por metro quadrado, o material usado no fundo e no tampo custa 2 reais por metro quadrado. Pede-se:
- (a) Dê exemplo de 3 caixas atendendo o enunciado do problema, mas que possuam preços diferentes. Identifique cada caixa através das dimensões de seus lados.
 - (b) Quais as dimensões da caixa mais barata?
 - (c) Qual o preço da caixa mais barata?
14. O potencial eletrostático em uma região do espaço é dado por $V(x, y, z) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$. Pede-se:
- (a) Qual o valor do potencial eletrostático no ponto $(0, 5, 12)$?

- (b) A partir do ponto $(0,5,12)$ deseja-se ir para pontos de maior potencial. Indique através de um vetor, a direção e o sentido a seguir momentaneamente, de modo a otimizar este aumento.
 - (c) Determine um vetor normal a superfície equipotencial que passa por $(0,5,12)$.
15. (xii-sorteio) Determine os valores extremos da função $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ na circunferência $x^2 + y^2 = 1$.
 16. Encontre a distância mínima da origem à hipérbole de equação $x^2 + 8xy + 7y^2 - 225 = 0$.
 17. Uma placa metálica circular com 1 metro de raio está colocada com seu centro na origem do plano xy e é aquecida de modo que a temperatura no ponto xy é dada por $T(x, y) = 64(3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2y + 3)$ graus, onde x e y estão em metros. Encontre a maior e a menor temperatura da placa.
 18. (xiii-sorteio) Uma caixa retangular tem um volume de 20 metros cúbicos. O material usado nos lados custa 1 real por metro quadrado, o material usado no fundo custa 2 reais por metro quadrado e o na parte superior 3 reais por metro quadrado. Quais as dimensões da caixa mais barata?
 19. O potencial elétrico V em um ponto (x, y) na região $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 1$ é dado por $V(x, y) = 48xy - 32x^3 - 24y^2$. Encontre os potenciais máximo e mínimo nesta região.
 20. Encontre os extremos de $f(x, y) = x^2 + y^2$ restrito ao domínio $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$
 21. O custo do exame de taxas de uma certa organização depende do número x e y em cada uma das centrais de acordo com a fórmula $C(x, y) = 2x^2 + xy + y^2 + 100$. Quantos exames devem ser feitos em cada central a fim de minimizar os custos se o número total de exames precisa ser 16.