Modelando problemas por meio de funções exponenciais

Atividade 1: Suponha que existe um animal muito especial, que a cada dia se duplique. Isto é, se você têm um animal, no dia seguinte já terá 2, passado mais um dia serão 4, e assim por diante.

a) Suponha que o professor lhe deu um animal desse tipo. Veja quantos colegas tem em sala e descubra quantos dias são necessários esperar para que se possa presentear a cada um com pelo menos um animal?

b) Quantos dias seriam necessários esperar para que se tenha uma população de 64 animais?

c) Preencha a tabela de acordo com o que se pede:

Dias passados a partir da chegada do primeiro bichinho	Número total de bichinhos	Número total de bichinhos escrito com potência de 2	$f(\text{dias passados}) =$ número de bichos	Represente o par ordenado onde a abscissa representa o número de dias passados e a ordenada representa a quantidade de bichos correspondente
0	1	2^0	$f(0) = 1$	(0,1)
1	2	2^1	$f(1) = 2$	(1,2)
2	4	2^2		
3				
4				
5				
n				

d) Faça um gráfico onde o eixo horizontal represente o número de dias passados e o eixo vertical represente o número de bichos correspondente. Use o conjunto $\{0,1,2,3,4,5\}$ como domínio da função descrita na quarta coluna da tabela.

Atividade 2: João é nadador e vem a muito tempo se preparando para uma competição nacional. Imediatamente após tomar um medicamento, lendo a bula, descobriu que a dose tomada continha 60 mg de uma substância que é testada no exame anti-doping. A bula também informava que a cada 6 horas após a ingestão do remédio, a quantidade da substância no organismo caía à metade. João ficou ansioso para conseguir responder às seguintes perguntas:

a) Após 12 horas da ingestão das 60 mg, qual é a quantidade da substância que ainda estará presente em seu organismo?

b) Após 3 horas da ingestão, que quantidade ainda estará presente no organismo?

c) Ele tomou o medicamento às 8 horas da manhã. A competição será no dia seguinte, às 14 horas. Qual a quantidade da substância que haverá no seu organismo no momento da competição?

d) Depois ele percebeu que não sabe exatamente em que momento poderia ser feito o exame anti-doping, e quis saber a quantidade da substância em função do tempo.

e) Informando-se que o médico da equipe, do qual, diga-se de passagem, levou uma bronca, obteve a informação de que a partir de 2 mg desta substância no organismo, esta já seria identificada no exame anti-doping. Pelo menos quanto tempo, entre a ingestão e a realização do exame, deve se passar para que o exame dê negativo.?

Preencha a tabela e tente responder às questões acima.

tempo (em período de 6 horas)	Quantidade de Remédio presente no corpo (em miligramas)
0	$\frac{60}{2^0} =$
1	$\frac{60}{2^1} =$
2	
3	
4	

5	
n	

Dicas: $\log 3$ vale aproximadamente 0.48, $\log 2$ vale aproximadamente 0.3. Aqui o logaritmo está sendo tomado na base 10.

e) Construa com o auxílio do Geogebra o gráfico da função que você encontrou e o da função $f(x) = -5x + 60$.

Atividade 3: (Decaimento Radioativo)

Observação 1: O carbono 14, indicado por C^{14} é um isótopo radioativo do carbono, formado na atmosfera devido ao bombardeio da terra por raios cósmicos. Através dos tempos, a quantidade de C^{14} tem se mantido constante porque sua produção é compensada por sua desintegração. Os seres vivos absorvem e perdem C^{14} de modo que em cada espécie, a taxa de C^{14} também se mantém constante. (O carbono 14 é criado nos vegetais durante o processo da fotossíntese e absorvido pelos animais através da ingestão, direta ou indireta de vegetais). Quando o ser morre, a absorção cessa, mas o C^{14} nele existente continua a desintegrar-se. Este fato pode ser usado para determinar a idade de um fóssil ou de um objeto muito antigo feito de madeira.

Utilizando as informações sobre **carbono 14** vamos juntos fazer uma grande investigação arqueológica.

Num castelo inglês existe uma velha mesa redonda de madeira que muitos afirmam ser a famosa Távola do Rei Arthur, soberano que viveu no século V. Por meio do contador Gêiser (instrumento que mede radioatividade) constatou-se que a massa de **carbono 14** hoje existente na mesa é cerca de **0,9 vezes** a massa que existe num pedaço de madeira viva com o mesmo peso da mesa.

A massa de **carbono 14** que existe na madeira viva de mesmo peso da mesa é 3.600 gramas, que é a mesma de quando ela foi feita.

a) Preencha a tabela abaixo e responda o item 2 de acordo com os resultados observados.

Tempo (em períodos de 5570 anos)	Quantidade de carbono 14 (em gramas) existente em um pedaço de madeira viva
0	$\frac{3.600}{2^0} =$
1	$\frac{3.600}{2^1} =$
2	
3	
4	
t	

$0,9x \ 3600=3240$

Observação 2: A meia vida de uma substância é o tempo necessário para que sua massa se reduza a metade. A meia vida do **carbono 14** é 5.570 anos.

b) Pergunta-se: A mesa tem chances de ser a famosa Távola do Rei Arthur?

Utilize o Geogebra para resolver as atividades a seguir

Atividade 4: Traçar no mesmo plano cartesiano as funções: $f(x) = \ln(x)$, $g(x) = e^x$.

a) Calcular as compostas: $f(g(x))$ e $g(f(x))$. O que você observa?

b) Em outra janela traçar $f(x) = 2^x$ e sua inversa. Se necessário, use a fórmula de mudança de base para logaritmo:

$$\log_b x = \frac{\log_c x}{\log_c b}$$

Depois faça a sua composição, como no item a:

Atividade 5: Digitar as funções: $f(x) = A^x$ e $g(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(A)}$ e $y = x$. Ir até o menu **animação** e fazer o parâmetro **A** variar. Descreva o que ocorre.