Atividades investigativas em Geometria Espacial

Professora Fátima

1 A ideia intuitiva de volume:

Arquimedes viveu na Grécia antiga, e foi protagonista de um dos mais célebres problemas envolvendo o conceito de volume. O rei Heron II , ao assumir o trono de Saracusa havia encomendado uma coroa de ouro puro. Pouco depois, surgiu no reino o boato de que o ourives teria roubado uma parte do ouro, substituindo-o por prata na coroa. Numa primeira averiguação, constatou- se que o peso da coroa coincidia com o peso da barra de ouro entregue para a sua confecção, mas o rei continuou apreensivo e decidiu recorrer a Arquimedes. Atordoado com o desafio, o sábio decidiu relaxar um pouco na casa de banhos. Ao afundar o corpo na banheira, notou que uma certa quantidade de água se esparramou no chão, e neste momento ele teve a idéia para resolver o problema. Dizem que ele abandonou a banheira e teria saído pelas ruas exclamando: " eureka!, eureka " , o que significa :"descobri!, descobri!". Para descobrir se houve ou não a fraude, Arquimedes realizou o que veio a ser considerado mais tarde um engenhoso experimento científico:

- Inicialmente, encheu uma vasilha até a borda e mergulhou nela uma barra de ouro puro do mesmo peso da coroa, e mediu o volume da água derramada.

- Repetiu a experiência, desta vez colocando uma barra exclusivamente de prata, com o mesmo peso da coroa. Ele constatou que a quantidade de água derramada foi maior desta última vez. Isto significa que o volume da barra de prata era maior do que o da de ouro, embora ambas tivessem o mesmo peso.

- Finalmente mergulhou a coroa na mesma vasilha repleta de água. Ela deslocou mais água que a barra de ouro, e menos água que a barra de prata, desmascarando a fraude do ourives. Se a coroa fosse apenas de ouro, ela deveria deslocar a mesma quantidade de água deslocada pela barra de ouro.

Esta pequena lenda ilustra a importância de se conhecer o conceito de volume na solução de problemas práticos.

Atividade 1.1 Nesta atividade trabalharemos o conceito de volume. Cada grupo da turma é convidado a construir uma "obra"com o material dourado e/ou com o multibase, e em seguida calcular seu volume, usando como unidade o cubinho menor.

2 Paralelepípedos

Atividade 2.1 Utilizando o material dourado ou com o multibase, cada grupo é instado a construir 3 paralelepípedos retângulos, e preencher a tabela com os dados obtidos.

Sólidos	área da base	altura	Volume
Primeiro			
Segundo			
Terceiro			

Tabela 1: Paralelepípedos retângulos

Inspirados nos exemplos da tabela 2, formule uma conjectura para o cálculo do volume de um paralelepípedo retângulo, conhecendo-se a área da base e a altura. Pelo resultado do experimento realizado acima, intuímos que o volume de um paralelepípedo retângulo de altura h e área da base b é dado por:

$$V = b \times h$$

Princípio de Cavaliére: Dados dois sólidos incluídos entre um par de planos paralelos, se a interseção de todos os planos paralelos a eles com cada um dos sólidos ocorrer e possuir a mesma área, então os volumes dos sólidos coincidirão."

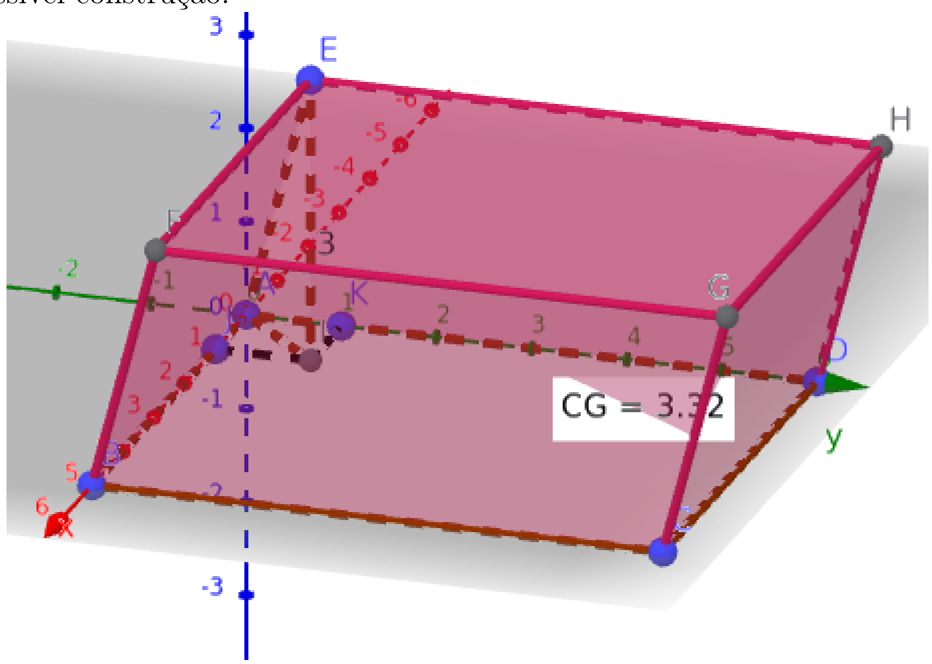
Experimento com cartas: Faça duas pilhas de mesma altura com cartas de um baralho e as coloque sobre a mesa, de modo que cada uma delas possa ser vista como um paralelepípedo retângulo. Em seguida, incline ligeiramente uma das pilhas, formando ainda um paralelepípedo. Qual dos dois sólidos possui maior volume? Justifique.

Como consequência do "experimento das cartas", e do resultado anterior, concluímos que um o volume de paralelepípedo de área da base b e altura h

é dado também por:

$$V = b \times h$$

Desafio: Construa dois paralelepípedos "abertos"(sem o tampo de cima) de altura 3 u.c , e área da base 30 u.a. , um deles sendo paralelepípedo retângulo e o outro não. Identifique o volume dos sólidos. Dica para uma possível construção:



Compare o volume dos sólidos construídos, transferindo bolinhas de isopor de um para o outro.

link para o Geogebra

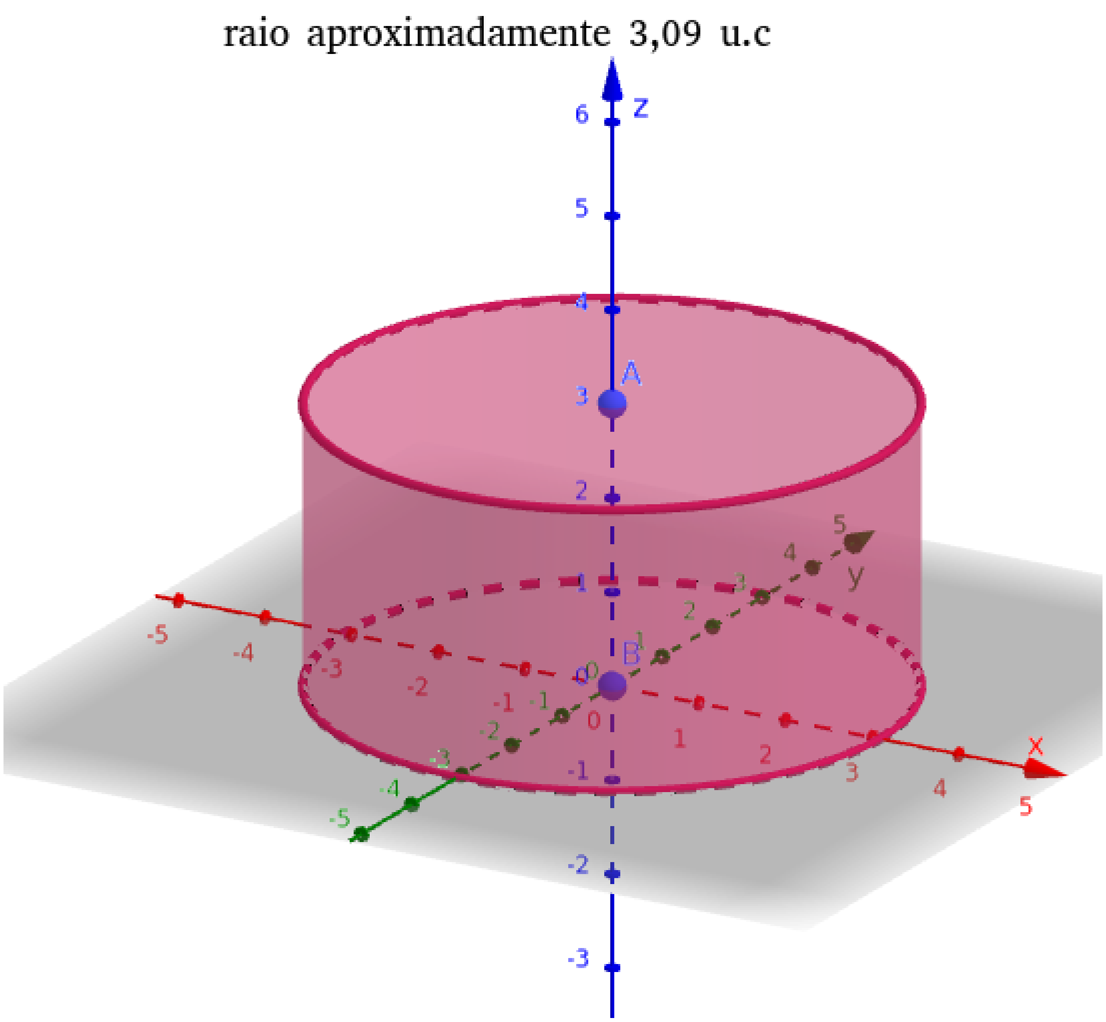
3 Prismas e Cilindros

Interessante é que com o Princípio de Cavalière e com os resultados anteriores, podemos deduzir uma expressão para o volume do prisma. Para ajudar a perceber qual seria esta fórmula realize os seguintes experimentos:

1. Construa um prisma reto "aberto"(sem o tampo de cima), de base triangular, com altura 3 u.c e área da base 30 u.a. Qual é o volume dele? Para completar o experimento, transfira bolinhas de isopor de

um dos paralelepípedos de mesma área da base e altura construídos anteriormente.

2. Construa um cilindro circular reto "aberto"(sem o tampo de cima), de altura 3 u.c e área da base 30 u.a. Lembretes: i)Área do círculo=πr^2, comprimento da circunferência=$2\pi r$ Qual é o volume dele? Para completar o experimento, transfira bolinhas de isopor de um dos paralelepípedos de mesma área da base e altura construídos anteriormente.



Link para o Geogebra
Próximo encontro: Pirâmides, Cones, Esfera.