Evento: Feira matemática

Oficina: Brincando com a matemática (Ensino Médio)

Versão do professor

Atividade 1: O mágico de Ás

Na ausência do mágico, o público escolhe cinco cartas e as entrega ao ajudante de mágico. Este esconde uma carta, coloca as outras quatro sobre a mesa, e chama o mágico, que adivinha a carta escondida.

A título de ilustração, vejamos alguns exemplos de escolhas das cinco cartas feitas pelo público, com a respectiva escolha da carta escondida pelo ajudante de mágico. Lembramos que a mágica é feita com um baralho de 52 cartas, retirando-se os coringas.

	Escolha do público	carta escondida	Ordem das cartas mostradas ao mágico	Código utilizado
I	(4♦, J♥, 6♠, 7♦, 5♠)	(6♠)	(5♠, 4♦, 7♦, J♥)	(4♦, 7♦, J♥) → (P, M, G) → 1 5+1=6 (naipe: ♠) carta adivinhada: (6♠)
II	(4♦, J♥, 6♠, 7♦, 5♠)	(7♦)	(4♦, 6♠, 5♠, J♥)	(6♠, 5♠, J♥) → (M, P, G) → 3 4+3=7 (naipe: ♦) carta adivinhada: (7♦)
III	(J♣, 3♥, 2♣, 7♦, A♠)	(2♣)	(J♣, 3♥, 7♦, A♠)	(3♥, 7♦, A♠) → (M, P, G) → 4 11+4=15 15-13=2 (naipe: ♣) carta adivinhada: (2♣)
IV	(7♦, 7♥, 10♠, 2♠, 4♣)	(2♠)	(10♠, 7♦, 4♣, 7♥)	(7♦, 4♣, 7♥) → (G, P, M) → 5 10+5=15 15-13=2 (naipe: ♠) carta adivinhada: 2♠
PMG=1, PGM=2, MPG=3, MGP=4, GPM=5, GMP=6 Critério de desempate: ♥<♦<♠<♣				

Como o mágico consegue descobrir a carta escondida a partir da sequência de cartas mostradas pelo ajudante? Tente adivinhar a partir dos exemplos, com o auxílio do “relógio” abaixo.

Atividade 2: Adivinhando a carta escolhida

Material: um baralho

Apresenta-se uma disposição retangular de cartas, por exemplo, com 3 linhas e 4 colunas, com as faces identificadas para cima. Pede-se para um voluntário pensar em uma carta entre as cartas dispostas e anotar em um papel, dizendo ao adivinho apenas a **coluna** onde a carta se encontra. Digamos que neste exemplo, o voluntário tenha escolhido uma carta na terceira coluna.

Em seguida, o mágico deve recolher todas as cartas e as dispor em outra configuração (mas com o cuidado desta nova configuração ser justamente a matriz transposta da anterior). Com a nova configuração, o adivinho pergunta em que **coluna** aquela mesma carta escolhida anteriormente se encontra. Neste exemplo, como na primeira configuração o voluntário disse que a carta se encontra na terceira coluna, o mágico já sabe que a carta está na terceira linha da nova configuração. Com a informação da coluna na nova configuração, o adivinho saberá exatamente qual é a carta. Como?

Atividade 3: A cidade ideal

Material: 1 dado e 1 moeda por grupo.

Inicialmente a turma seleciona 5 características importantes de serem avaliadas em uma cidade. Por exemplo: segurança, limpeza, poluição, serviços públicos de saúde e serviços públicos de educação. Num segundo momento, cada grupo atribui uma nota de -5 até 5 para indicar o peso que dão a cada uma das características. Se as opiniões dos integrantes do grupo não forem consensuais, é uma boa oportunidade para se fazer a média aritmética e estabelecer o peso que o grupo em conjunto, atribuirá a cada uma das características. Por exemplo se o grupo considera que o mais importante numa cidade é ela ser segura, a este tópico pode ser atribuído peso 5. Se o grupo entende

que poluição é um grande defeito, o peso atribuído a esta característica pode ser -5. Digamos que um determinado grupo tenha estabelecido a pontuação referente a tabela 1.

Tabela 1

Segurança	Limpeza	Poluição	Serviços públicos de saúde	Serviços públicos de Educação
5	2	-5	4	3

Após esta etapa, cada participante descobrirá como é a sua cidade hipotética, a partir de valores tirados na sorte, usando-se um dado e uma moeda. Vence quem conquistar a cidade hipotética mais bem pontuada, considerando-se todas as características com seus respectivos pesos. Na moeda, convencionou-se cara como positivo e coroa como negativo. Em valor absoluto, cada número de 1 a 5 do dado vale ele mesmo, sendo que o 6 corresponde a zero.

Suponhamos que o grupo tenha quatro componentes. Na primeira rodada, cada jogador descobrirá como é a sua cidade em relação ao primeiro item selecionado, em nosso exemplo, à segurança, jogando o dado e a moeda. Desta forma a primeira coluna da matriz fica preenchida. Em cada nova rodada, as colunas vão sendo preenchidas. A título de ilustração, colocamos um exemplo na tabela 2.

Tabela 2

	Segurança	Limpeza	Poluição	Serviços públicos de saúde	Serviços públicos de Educação
A	0	4	1	0	-1
B	3	-1	-2	-3	0
C	1	2	-4	1	1
D	-5	3	-2	4	-2

Depois de preenchida a tabela, cada integrante deve descrever a sua cidade para os demais. Por exemplo, a cidade do participante C poderia ser descrita como não muito segura, medianamente limpa, tem um índice de poluição baixo, e serviços públicos de saúde e educação medíocres. A pontuação da cidade imaginária de cada jogador é calculada multiplicando-se a nota de cada característica sorteada pelo peso a ela atribuído e somando-se as 5 parcelas, cada uma referente a uma das características. É interessante neste momento mencionar que o cálculo da pontuação de todas as cidades dos componentes do grupo podem ser realizados por meio de multiplicação de matrizes. No exemplo dado teremos:

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & -2 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 11 \\ 36 \\ 13 \end{bmatrix}$$

Assim, neste exemplo, o jogador C será o vencedor com pontuação 36. É interessante notar que a conta feita para obter 36 foi $1(5)+2(2)+(-4)(-5)+1(4)+1(3)=36$. Quando observamos o produto $(-4)(-5)$ notamos que a cidade imaginária do jogador aumentou sua pontuação pelo fato de ser considerada muito pouco poluída e da poluição ter um peso negativo. É um exemplo prático onde evidencia-se o sentido do produto de dois números negativos resultar em um número positivo.

Atividade 3: Experimentos com volumes

Material: Papel, compasso, régua, material dourado ou multibase 2-3-4.

a) Considere um cubinho do material como tendo aresta 1 u.c.(unidade de comprimento) e portanto volume, $1u.v$ (unidade de volume). Usando o material dourado ou o material multibase, construa um cubo de aresta 2. Qual será o volume deste cubo? Agora construa um cubo de aresta 3. Qual será o volume deste cubo? O que você observa?

b) Construa dois cones vazados, ou seja, em o tampo, que sejam semelhantes. Um deles, construa a partir de um semicírculo de raio 6cm, e outro a partir de um semicírculo de 12 cm. Em seguida, encha o cone menor com bolinhas de isopor e derrame as bolinhas no cone maior tantas vezes quanto forem necessárias até que o cone maior fique cheio. Quantas vezes você precisará realizar esta operação?