

Capítulo 1: Introdução à interpretação de gráficos.

Aula 1.

Atividade: 1 ¹ Analisemos o seguinte trecho do livro “Desenvolvimento como Liberdade” do economista indiano Amartya Sen:

(...) “Apesar de seus níveis de renda baixíssimos os habitantes de Kerala², China ou Sri Lanka apresentam níveis de expectativa de vida imensamente mais elevados do que as populações muito mais ricas do Brasil, África do Sul e Namíbia, sem mencionar o Gabão.”(...).

Vejam os Gráficos que acompanha o texto:



Para saber um pouco mais... O termo renda per capita de um país expressa a riqueza total produzida em um país (PIB) dividida pelo número de habitantes. A expectativa de vida é a esperança de vida estimada ao nascer.

Vamos identificar alguns dados do gráfico acima:

- 1-Em que lugar ocorre a maior expectativa de vida?
- 2-Em que lugar há a menor expectativa de vida?
- 3-Vamos preencher a tabela referente ao gráfico acima:

¹ Esta foi a primeira atividade aplicada no curso “Equações e funções no dia-a-dia”, tendo tido grande aceitação junto aos estudantes da comunidade. Eles gostaram bastante de localizar no Atlas os países citados e participaram ativamente da reflexão sugerida no final da atividade. Segundo David Tall, “a interligação de diversas unidades cognitivas favorece a construção e a consolidação dos conceitos trabalhados”.

² Kerala é um Estado da Índia.

Tabela I

País/Estado	Expectativa de vida aproximada ao nascer (em anos)
Kerala	
China	
Sri Lanka	
Namíbia	
Brasil	
África do Sul	
Gabão	

Observe o gráfico e preencha a tabela II

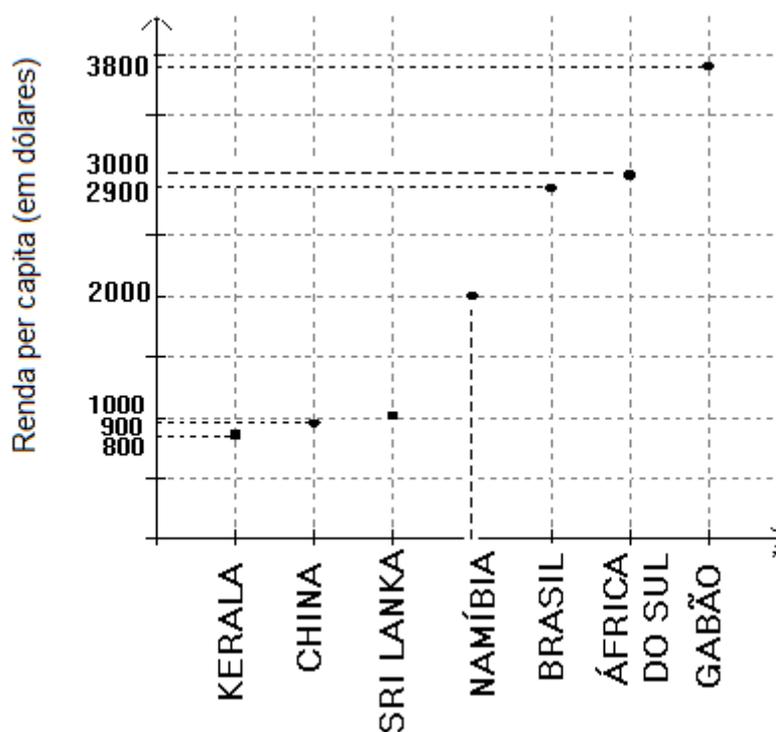
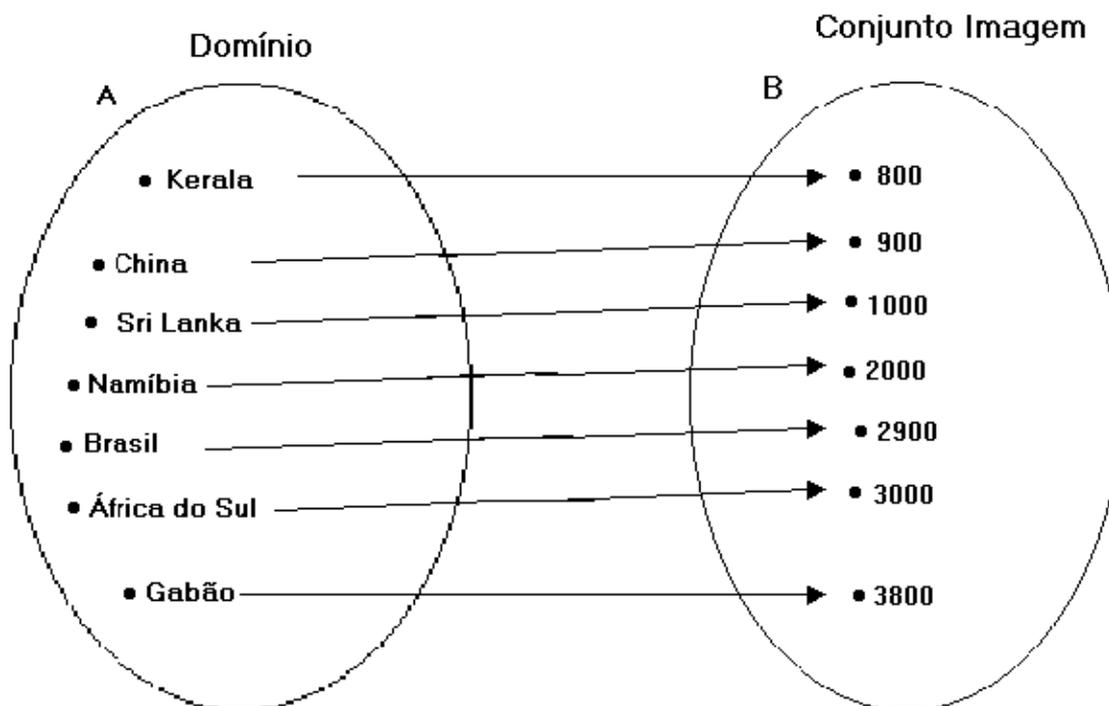


Tabela II

País/Estado	RENDA PER CAPITA (em dólares) aproximada
Kerala	
China	
Sri Lanka	
Namíbia	
Brasil	
África do Sul	
Gabão	

O gráfico acima também pode ser representado através de diagrama, vejamos :



A função indicada no diagrama associa cada país ou estado do conjunto A, ao respectivo valor da renda per capita desse país ou estado.

O conjunto A de países ou estados considerados na pesquisa é o *domínio* da função estudada.

$A = \{\text{Kerala, China, Sri Lanka, Namíbia, Brasil, África do Sul, Gabão}\}$

O conjunto B dos valores obtidos para renda per capita (em dólares) desses países, dado por

$B = \{800, 900, 1000, 2000, 2900, 3000, 3800\}$ é o conjunto imagem da função.

Chamando essa função de f , podemos escrever:

$f(\text{Kerala})=800$, e dizer que **800 é a imagem de Kerala**. Analogamente podemos escrever:

$f(\text{China})=900$, $f(\text{Sri Lanka})=1000$, etc. Como veremos mais tarde, numa função cada elemento do domínio possui uma única imagem.

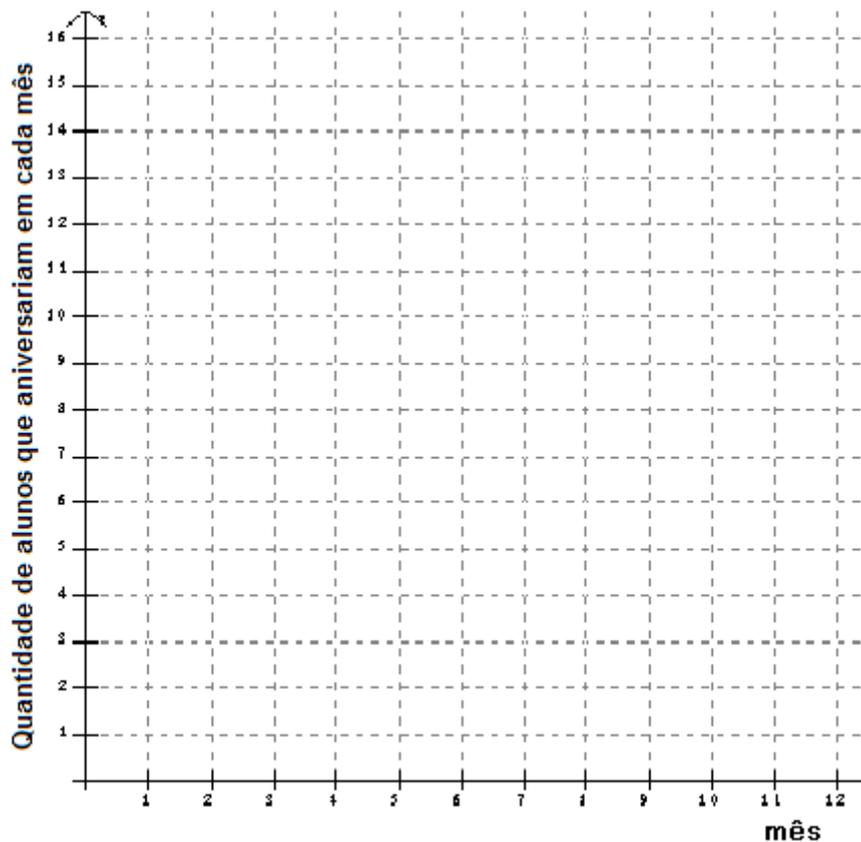
Para refletir... Quando um país possui uma renda per capita alta, será que todos os habitantes usufruem da riqueza produzida no país? Ter renda per capita elevada significa que a expectativa de vida necessariamente é elevada? Uma mortalidade infantil elevada prejudica a expectativa de vida? Será que a distribuição de renda tem um papel importante para o aumento da expectativa de vida de um país?

Atividade 2 :Pesquisa sobre o mês do aniversário

Mês de aniversário	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nº de pessoas que fazem aniversário neste mês												

a) O professor pergunta quem faz aniversário em janeiro (mês 1). Conta-se o total de alunos aniversariantes neste mês e coloca-se o resultado na tabela. O mesmo é feito para cada um dos meses seguintes.

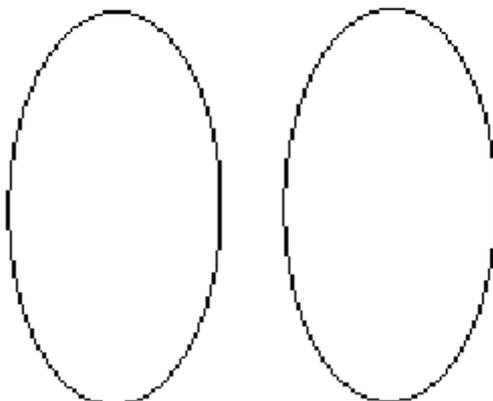
Tabela III



b) Represente esta função utilizando um diagrama:

Meses (indicados por números).

Quantidade de alunos na turma que aniversariam no mês indicado.

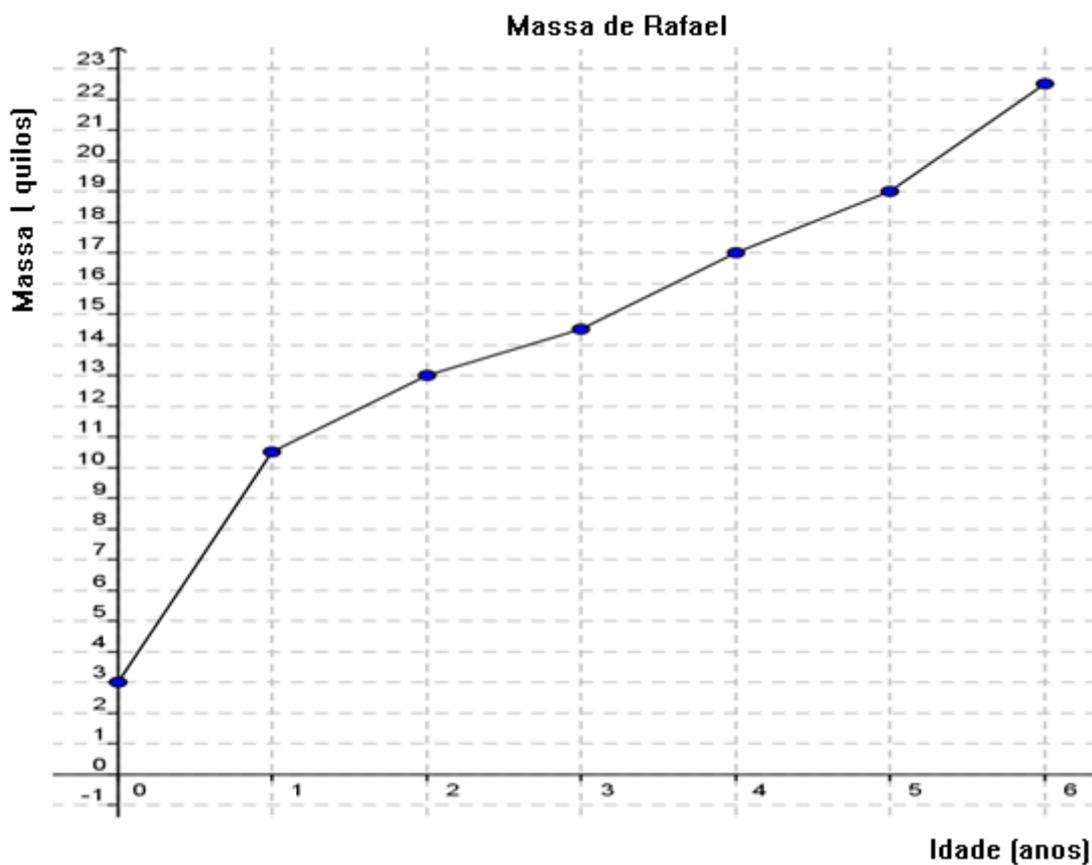


c) Qual o domínio da função que associa o mês de aniversário ao número de pessoas da turma que aniversariam nesse mês?

Atividade 3: A seguir temos uma tabela com a massa, em quilos, de Rafael e Camila desde que nasceram até os 6 anos de idade.

Tabela IV

		IDADE EM ANOS						
		0	1	2	3	4	5	6
Massa em quilos	Rafael	3.0	10.5	13.0	14.5	17.0	19.0	22.5
	Camila	3.0	10.0	12.0	15	16.5	18.5	21.0



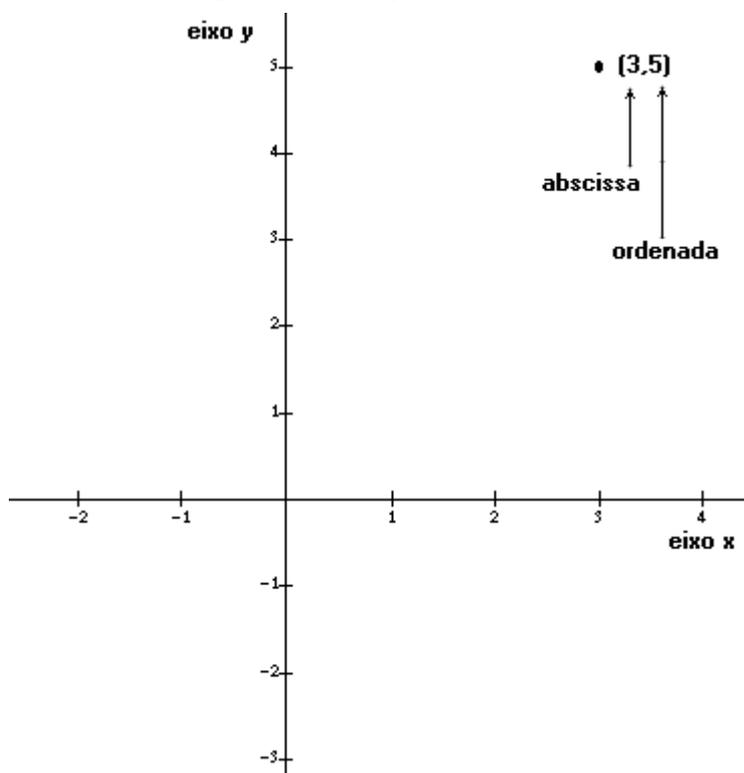
Use a tabela e o gráfico para responder as perguntas abaixo.

- 1- Qual foi a massa de Rafael aos 3 anos?
- 2- Com que idade Camila tinha mais massa que Rafael?
- 3- Verifique entre que idades, no período de 1 ano, Rafael aumenta mais de massa.
- 4- De 4 para 5 anos, de quanto aumenta a massa de Rafael?
- 5- Qual é o domínio da função representada no gráfico?
- 6- Construa agora outro gráfico utilizando a tabela de Camila

Capítulo 2: Marcação de pontos no plano cartesiano e revisão de porcentagem.

Aula 2.

Atividade 1: O ponto no plano cartesiano apresenta duas coordenadas ,uma antes da vírgula que é chamada abscissa e outra depois da vírgula que é chamada de ordenada.



Exemplo: $(3,5)$. Neste caso a abscissa é 3 e a ordenada é 5.

Partindo do ponto $(0,0)$, teremos que:

➔ A abscissa indica o quanto devemos andar para a esquerda ou para a direita. Devemos andar para a esquerda quando o número for negativo e para a direita quando o número for positivo .

Neste exemplo, como a abscissa é 3, devemos andar 3 unidades para a direita.

➔ A ordenada indica o quanto devemos andar para cima ou para baixo. Quando a ordenada for negativa devemos andar para baixo, quando for positiva _____ devemos andar para cima.

No exemplo dado, como a ordenada é 5 devemos andar 5 unidades para cima.

Assim, saindo de (0,0), para atingirmos o ponto (3,5), devemos andar __ unidades para a direita, e em seguida, ____ unidades para cima.

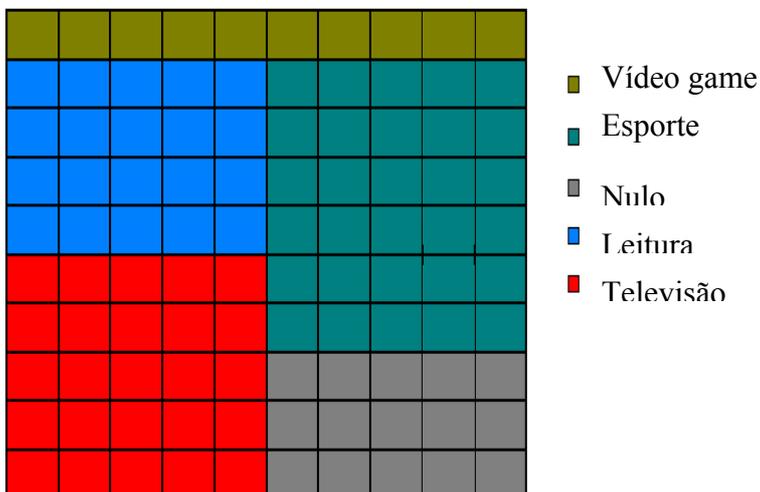
Atividade 2: Adivinhe o que é?

Marque os pontos no gráfico na ordem dada, ligando cada novo ponto com o anterior por uma linha reta: (0,3); (-2,0); (-5,0); (-2,-2),(-4,-5);(0,-3);(4,-5); (2,-2);(5,0);(2,0);(0,3).

Atividade 3: Num grupo de 100 estudantes foi perguntado o que cada um preferia fazer em suas horas de lazer. Na resposta, apenas uma opção da seguinte lista poderia ser marcada.

-  Praticar Esportes
-  Leitura
-  Televisão
-  Vídeo Game

As respostas foram tabuladas no gráfico abaixo:



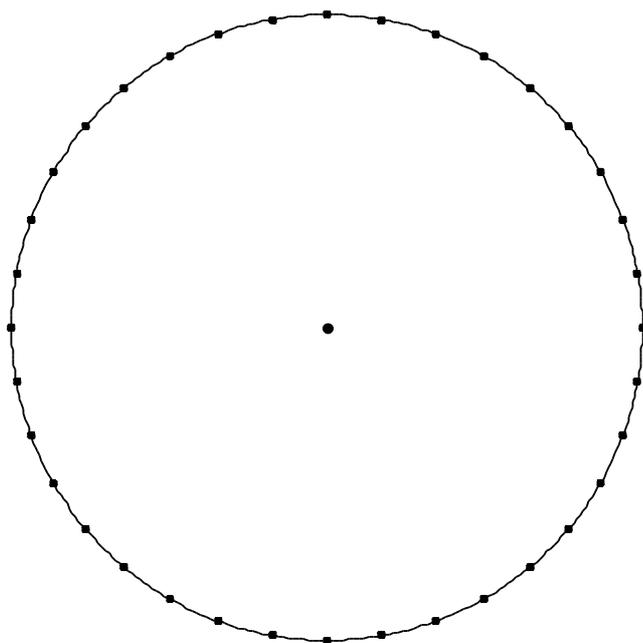
a) Com base no gráfico acima, preencha a tabela abaixo:

Tabela V

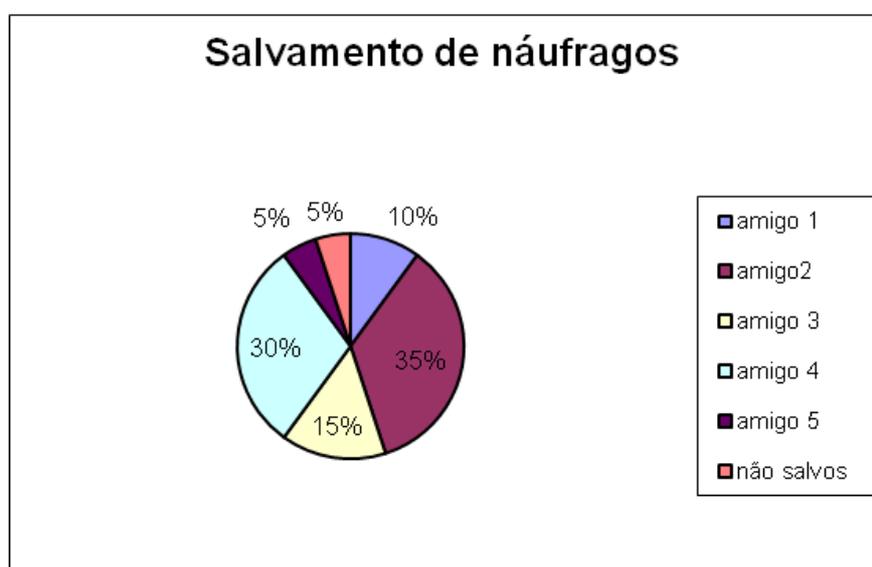
Diversão	Número de alunos que preferem	Porcentagem	Fração irredutível	Fração equivalente com denominador 360
Televisão				
Leitura				
Esporte				

Vídeo game				
Nulo				

b) Represente os dados da tabela acima através do gráfico de setor. Use um transferidor e os dados da última coluna da tabela acima.



Atividade 4: Em um joguinho de vídeo - game um grupo de cinco amigos disputavam quem resgatava mais náufragos de um navio que estava afundando no Oceano. Os dados de salvamento de cada amigo estão no gráfico abaixo, onde o total de náufragos é de 200 pessoas.

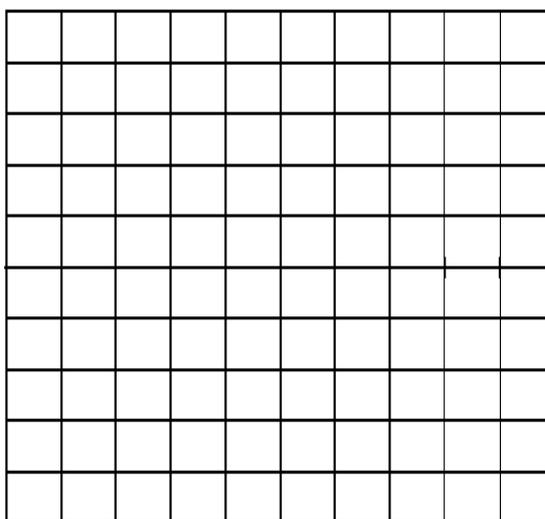


a) Com base no gráfico preencha a tabela abaixo.

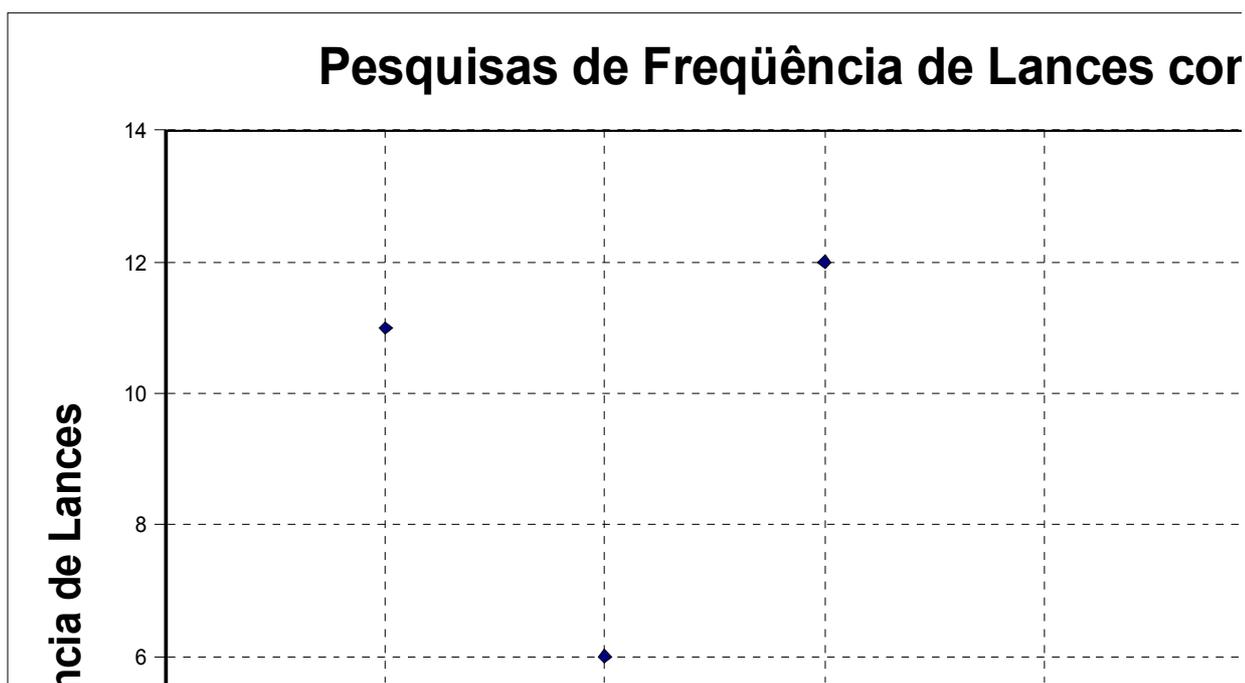
Tabela VI

	PORCENTAGEM	FRAÇÃO IRREDUTÍVEL	QUANTIDADE DE NÁUFRAGOS SALVOS
AMIGO 1			
AMIGO 2			
AMIGO 3			
AMIGO 4			
AMIGO 5			
NÃO SALVOS			

b) Represente os dados acima no gráfico do quadrado 10 x 10.



Atividade 5: Uma pessoa jogou um dado 50 vezes para cima e observou quantas vezes cada número saiu.



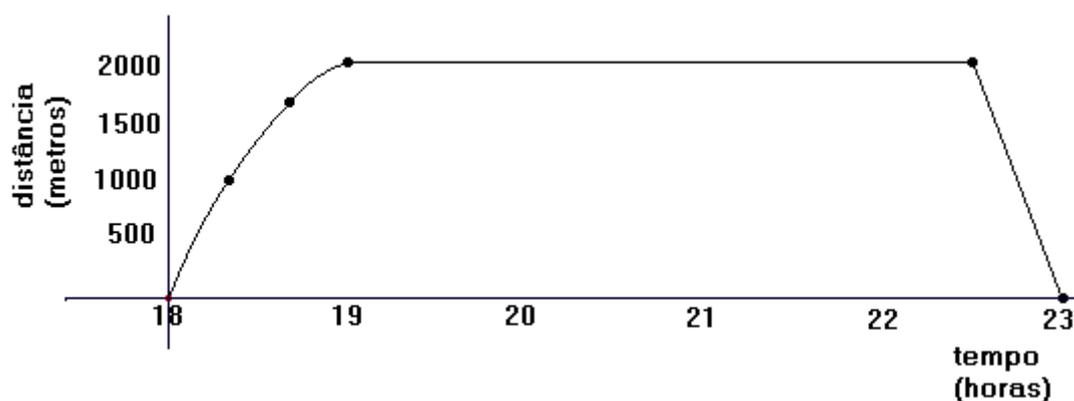
- a) Em quantos lances o número 3 foi sorteado?
- b) Quantos números foram sorteados 11 vezes? Quais são?
- c) Quantos números foram sorteados mais de 9 vezes? Quais são?
- d) Quantos números foram sorteados menos de 7 vezes? Quais são?
- e) Complete o par ordenado (NÚMERO SORTEADO, FREQUÊNCIA DE LANCES):
 (6,) (,11) (,5) (2,) (,10) (3,)
- f) Preencha a tabela abaixo. Seja f a função que associa cada número que consta na face do dado ao número de vezes que ele foi obtido

Tabela VII

x	Número de vezes	Porcentagem	$f(x) =$
Face número 1	11	ou 22%	$f(1) = 11$
Face número 2			$f(2) =$
Face número 3			$f(3) =$
Face número 4			$f(4) =$
Face número 5			$f(5) =$
Face número 6			$f(6) =$

- g) Determine o domínio A e o conjunto imagem B da função f .

Atividade 6: Priscila sai de casa para ir à festa de Camila. Priscila vai a pé e volta de ônibus. No eixo horizontal está indicado o tempo em horas. No eixo vertical está indicada a distância que Priscila está de sua própria casa.



- a) A que horas Priscila saiu de casa?
- b) A que horas Priscila chegou em casa?
- c) A que horas Priscila chegou à festa?
- d) A que distância fica a casa de Camila da casa de Priscila?
- e) Quanto tempo Priscila demorou para chegar à festa?
- f) Quanto tempo ela ficou na festa?

- g) Quanto tempo Priscila demorou para chegar em casa ao sair da festa?
- h) Que grandeza é representada no eixo horizontal?
- i) Que grandeza é representada no eixo vertical?
- j) Chame de f a função indicada no gráfico. Determine o domínio de f e a imagem de f .
- l) Determine $f(19)$, $f(20)$, $f(23)$.

Jogos e Brincadeiras:

Batalha Naval

Número de jogadores: 2.

Peças: Estão no final deste texto.

Você e seu adversário deverão respeitar as seguintes regras:

- 1- As peças deverão ser colocadas no tabuleiro de tal forma que os quadrados das peças coincidam com os quadrados da malha quadriculada do tabuleiro e as peças não se toquem;
- 2- Quando acertar, repete-se a vez de jogada.
- 3- Quando não acertar ou repetir pontos já ditos passa-se a vez.

Instruções para o jogo:

Abaixo temos dois tabuleiros e as peças do jogo, recorte-os.

Com cada jogador devem ficar um tabuleiro, um unitário, um duplo, um triplo e uma quadra. As peças devem ser distribuídas nos tabuleiros segundo a regra número 1 do jogo não deixando que o outro jogador veja como as arrumou.

O objetivo do jogador é afundar as peças do tabuleiro do adversário (como em um jogo de batalha naval) e para isso é necessário achar os pontos do tabuleiro onde estão os vértices de cada quadradinho que compõe apenas os lados das peças (o ponto que está no centro da quadra, por exemplo, não é válido para afundá-la). Você deverá anotar os seus palpites e os palpites do seu adversário. Se seu adversário acertar uma peça do seu tabuleiro você deverá dizer o nome da peça atingida, se ele não acertar, deverá dizer água. Quem atingir todas as peças do adversário primeiro é o vencedor.

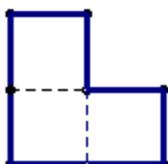
U - Unitário



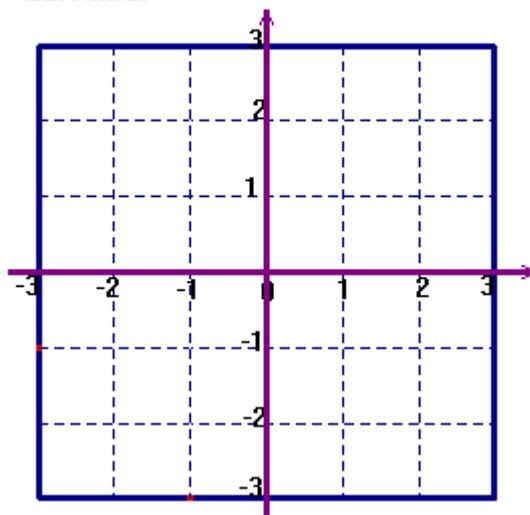
D - Duplo



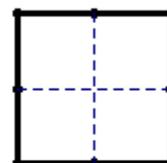
T - Triplo



Meu jogo, que meu adversário quer adivinhar



Q - Quadra



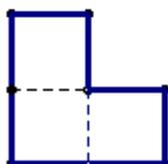
U - Unitário



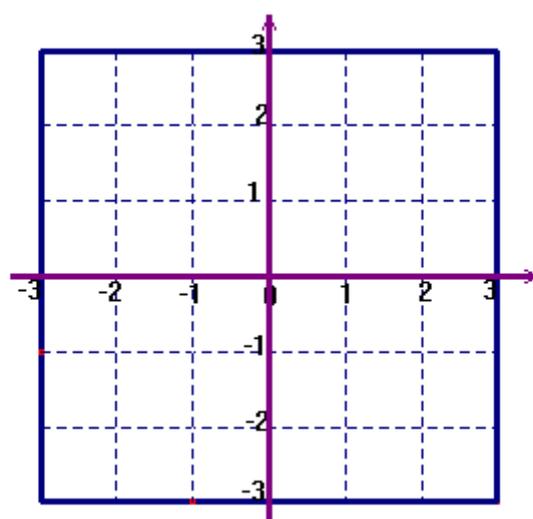
D - Duplo



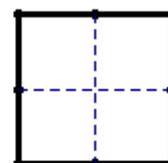
T - Triplo



Jogo do meu adversário, que pretendo adivinhar



Q - Quadra



Capítulo 3: Introdução de incógnitas e variáveis

Aula 3.

Atividade 1- Adivinhando o Número

- Pense em um número entre 10 e 99.
- Multiplique por 100.
- Some o resultado encontrado anteriormente com o ano em que estamos.
- Subtraia o ano de nascimento.

- Diga o número encontrado e se já fez aniversário nesse ano.
- Em resposta o mágico dirá o número pensado e a idade do interlocutor.

Tabela VIII

Nome	n (Número do pensado)	100 n (o número pensado multiplicado por 100)	a (ano atual)	100 n + a	y (Ano de nascimento)	100 n + a - y	Já fez aniversário nesse ano ³ ?	Resposta do mágico

Exploração:

- 1) Qual a relação entre o número dito ao mágico e a resposta dada pelo mágico?
- 2) Qual a importância de perguntar se a pessoa já fez ou não aniversário?

Atividade 2 – (Adaptado da referência)Pendurando Roupa

Imagine que sua tia comece a estender as roupas da seguinte forma: pendura a 1ª roupa colocando 2 pregadores, mas da segunda em diante ela aproveita um dos pregadores da roupa anterior.

- 1- Quantos pregadores são necessários para pendurar 5 camisas? Justifique.
- 2- Complete a tabela abaixo

Tabela IX

Numero de Roupas	Numero de Pregadores	f(número de roupas) = número de pregadores f é uma função que associa a cada quantidade de roupas, o número de pregadores necessários para pendurá-las.	Par ordenado onde a abscissa é o numero de roupas e a ordenada é o numero de pregadores.
1	2	f(1)=2	(1,2)
2	3	f(2)=3	(2,3)
	4		
5			
9		f(9)=10	
	12		
	20		
m		f(m)=	

3- Construa um gráfico com as respostas da tabela acima. No eixo horizontal represente o número de roupas e no eixo vertical represente a quantidade de pregadores correspondente.

³ Neste caso, ano de 2005.

Atividade 3: Um animalzinho diferente.

Suponha que existe um animal de estimação muito especial, que a cada dia se duplique. Isto é, se você tem um animal, no dia seguinte já terá 2, passado mais um dia, serão 4, e assim por diante.

1- Suponha que o professor lhe deu um animal desse tipo. Veja quantos colegas tem em sala e descubra quantos dias são necessários esperar para que se possa presentear a cada um com pelo menos 1 animal?

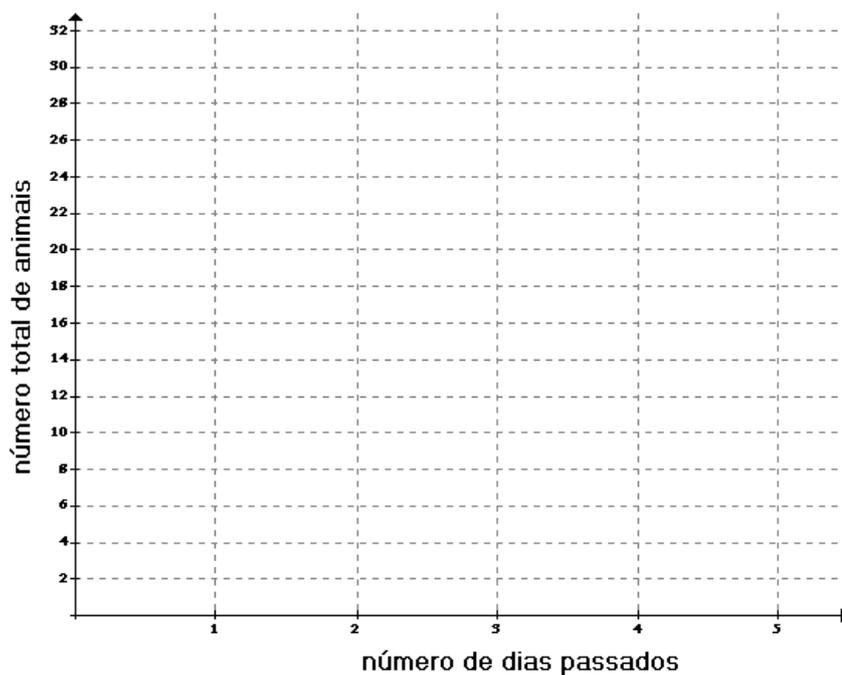
2- Quantos dias seriam necessários esperar para que se tenha uma população de 64 animais?

3- Preencha a tabela de acordo com o que se pede:

Tabela X

Dias passados a partir da chegada do primeiro bichinho;	Número total de bichinhos;	Número total de bichinhos escritos como potência de 2;	$f(\text{dias passados}) =$ número de bichos;	Represente o par ordenado onde a abscissa representa o número de dias passados e a ordenada representa a quantidade de bichos correspondente.
0	1	2^0	$f(0) = 1$	(0,1)
1	2	2^1	$f(1) = 2$	(1,2)
	4	2^2		
3				
4				
5				
n				

4- Faça um gráfico onde o eixo horizontal represente o número de dias passados e o eixo vertical represente o número de bichos correspondente. Use o conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ como domínio da função f descrita na quarta coluna da tabela.



Atividade 4: (Pingue-pongue de números).

Na brincadeira a seguir, um aluno da turma diz um número e em seguida o professor dá a resposta seguindo uma regra secreta. Vence o aluno que descobrir a regra aplicada pelo professor.

Tabela XI

Aluno	Professor	No par ordenado, a abscissa será o número dito pelo aluno e a ordenada será a resposta do professor.
3	6	(3,6)
-2	-4	(-2, -4)
1	2	
2		
-5		
0,5		
n		

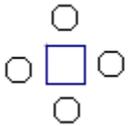
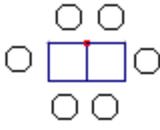
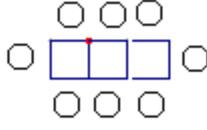
1-Como você escreveria uma expressão para esta brincadeira, sendo f a função que descreve a regra que eu uso, isto é, que associa o número que o aluno diz à resposta do professor?

2-Represente a função f através de um gráfico. Use o eixo horizontal para o número que pode ser dito pelo aluno e o eixo vertical para as respostas correspondentes do professor. Use como domínio da função o intervalo: $[-5,5]$.

Atividade 5: Festa de Aniversário.

Maria resolveu reunir seus amigos para comemorar seu aniversário no restaurante. Conforme os novos convidados chegavam, as mesas eram arrumadas de acordo com o mostrado abaixo:

Tabela XII

Número de Mesas	Configuração	Número máximo de pessoas que se pode colocar, respeitando a configuração.	Função f que associa o número de mesas ao número máximo de pessoas comportado pela configuração.	Represente como par ordenado onde a abscissa é o número de mesas e a ordenada é o número máximo de pessoas a ser colocado, respeitando-se a configuração.
1		4	$f(1) = 4$	(1,4)
2		6	$f(2) = 6$	(2,6)
3				
4				
5				

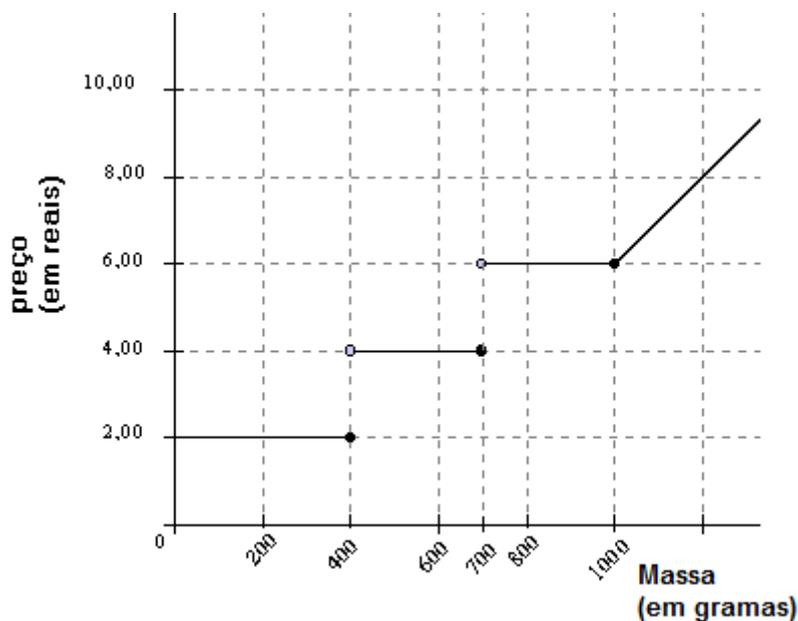
n	XXXXXXXXXXXXXXXXXX			
---	--------------------	--	--	--

Perguntas:

- 1-Se vierem 20 pessoas, quantas mesas serão necessárias?
- 2-Como você escreveria o seu raciocínio para descobrir a quantidade de mesas?

Atividade 6: Vamos observar as tabelas seguintes e construir os seus respectivos gráficos:

1 - Abaixo temos um gráfico referente à massa em gramas e ao preço da comida a quilo em um restaurante.



Exploração:

- a) Se a refeição de uma pessoa tem massa de 500g, quanto ela deve pagar?
- b) Se a comida de um freguês tem massa de 1200g, qual deve ser o preço cobrado?
- c) Se a comida de uma pessoa tem massa de 400g, qual deve ser o valor cobrado?
- d) Preencha a tabela abaixo, de acordo com as informações obtidas através do gráfico.

Tabela XIII

Massa (em gramas)			Preço (em R\$)
0	até	400 inclusive	
400 exclusive	até	700 inclusive	
700	até	1000	

exclusive		inclusive	
Acima de	X	X	6,00 + 0,10 a cada 10g a mais. ⁴
1000			

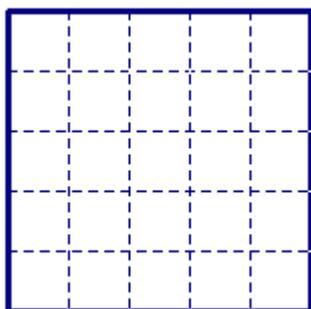
Capítulo 4: Explorando o conceito de função.

Aula 4.

Atividade 1: O chão da sala da casa de Maria é quadrado. Quando ela aprendeu o conceito de área na escola, ficou muito curiosa para calcular a área de sua sala. Ela cobriu o chão da sua sala com quadrados, cada um medindo um metro de lado. A área de cada um desses quadrados vale 1 m^2 (lê-se um metro quadrado)



Sala de Maria recoberta de quadrados:



Pergunta-se:

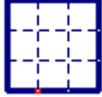
- 1- Quantos quadrados, cada um com um metro de lado, cabem no chão da sala de Maria?
- 2- Qual a área da sala de Maria?
- 3- Quanto mede cada um dos lados da sala de Maria?

Atividade 2: Joana, uma amiga de Maria, teve a idéia de medir o pátio da escola, que também era quadrado. Elas perceberam que quanto maior o lado do quadrado, maior era a área dele. Para raciocinar sobre o problema, elas montaram uma tabela:

Tabela XIV

Medida do lado do quadrado	Configuração	Área	$f(\text{lado do quadrado}) = (\text{área do quadrado})$. A função f associa o valor do lado do quadrado ao valor da área deste quadrado.	Par ordenado onde a abscissa é o lado do quadrado e a ordenada é a área do quadrado

⁴ O aluno pode ver isto observando que acima de 1000g, a cada 200g o preço aumenta 2 reais.

				correspondente.
1		1	$f(1) = 1$	(1,2)
2		4	$f(2) = 4$	(2,4)
3				
4	XXX			
5	XXX			
n			$f(n) =$	

1- O chão do pátio da escola é um quadrado com 8 metros de lado. Qual a área do pátio?

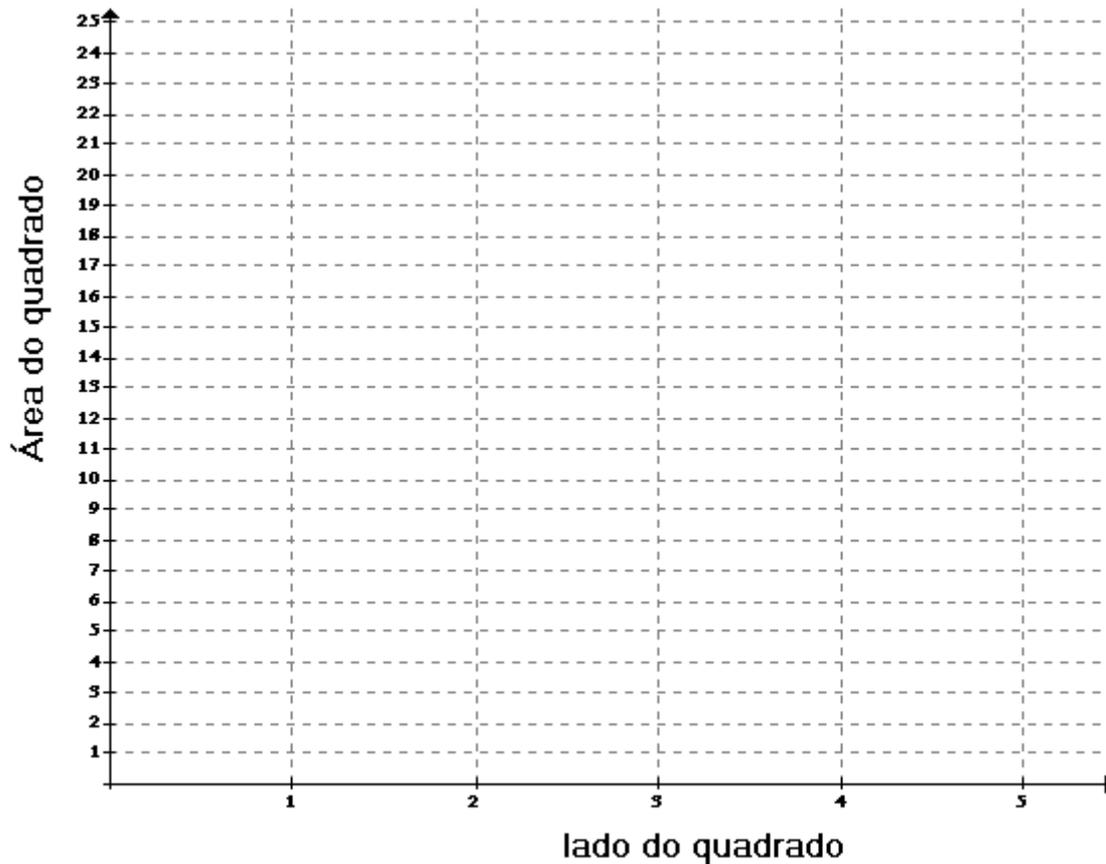
2- Carlos ouviu seu pai dizer que a área do quintal de casa vale 36 metros quadrados. Sabendo-se que o terreno é quadrado, quanto mede o lado deste quadrado?

Uma função f é uma regra que associa a cada elemento de um conjunto A (chamado de domínio da função), um único elemento de um conjunto B (chamado de contradomínio da função). Os elementos de B efetivamente associados a algum elemento de A formam o conjunto imagem de f .

O gráfico de f é conjunto dos pares ordenados onde a abscissa é um ponto do domínio de f e a ordenada é o valor da função calculada neste ponto, também chamado de imagem deste ponto.

3- Trace o gráfico de f dada pela regra $f(n) =$, usando para domínio o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Determine o conjunto imagem.



Importante: Uma função é determinada não só pela regra, mas também pelo domínio e contradomínio. $1/n$ não é determinada quando $n = 0$, por exemplo.

Atividade 3: Paulo e Bruna estavam brincando de pingue-pongue com os números. Bruna criava uma regra para modificar os números pensados por Paulo. Cabia a Paulo adivinhar a regra.

Preencha a tabela:

Tabela XV

Número pensado por Paulo	Resposta de Bruna	f é a função que associa cada número pensado por Paulo à resposta de Maria.	Represente o par ordenado onde a abscissa é o número pensado por Paulo e a ordenada é a resposta de Bruna.
-5	25	$f(-5) = 25$	$(-5, 25)$
-4	16		
-3			
-2			
-1			
0			
1			
2			
3	9		
4			
5			
n			

1- Faça o gráfico que ilustra a brincadeira de Paulo e Bruna usando como domínio o conjunto $A = \{\text{qualquer número inteiro entre } -5 \text{ e } 5, \text{ incluindo } -5 \text{ e } 5\}$. Diga quem é o conjunto imagem neste caso.

2- Se Paulo dissesse $1/2$, o que Bruna deveria responder? Se Paulo dissesse $-1/3$, o que Bruna deveria responder? Se Paulo dissesse 0 , o que Bruna deveria responder?

3- Considerando $X = \{\text{qualquer número real entre } -5 \text{ e } 5, \text{ incluindo } -5 \text{ e } 5\}$ como domínio, faça o gráfico que ilustra a brincadeira de Paulo e Bruna:

Atividade 4: João foi ao supermercado de carro e gastou 10 minutos para isso. Aos dois minutos de viagem ele parou em um sinal fechado. Depois de ter percorrido 4500 metros freou bruscamente por ter visto um cão na estrada, felizmente o cachorro se salvou. Aos 7 minutos de viagem João entrou numa via expressa e, decorridos 2 minutos, saiu da mesma para entrar na rua do supermercado. Construa o gráfico que ilustra o percurso, usando os dados da tabela.

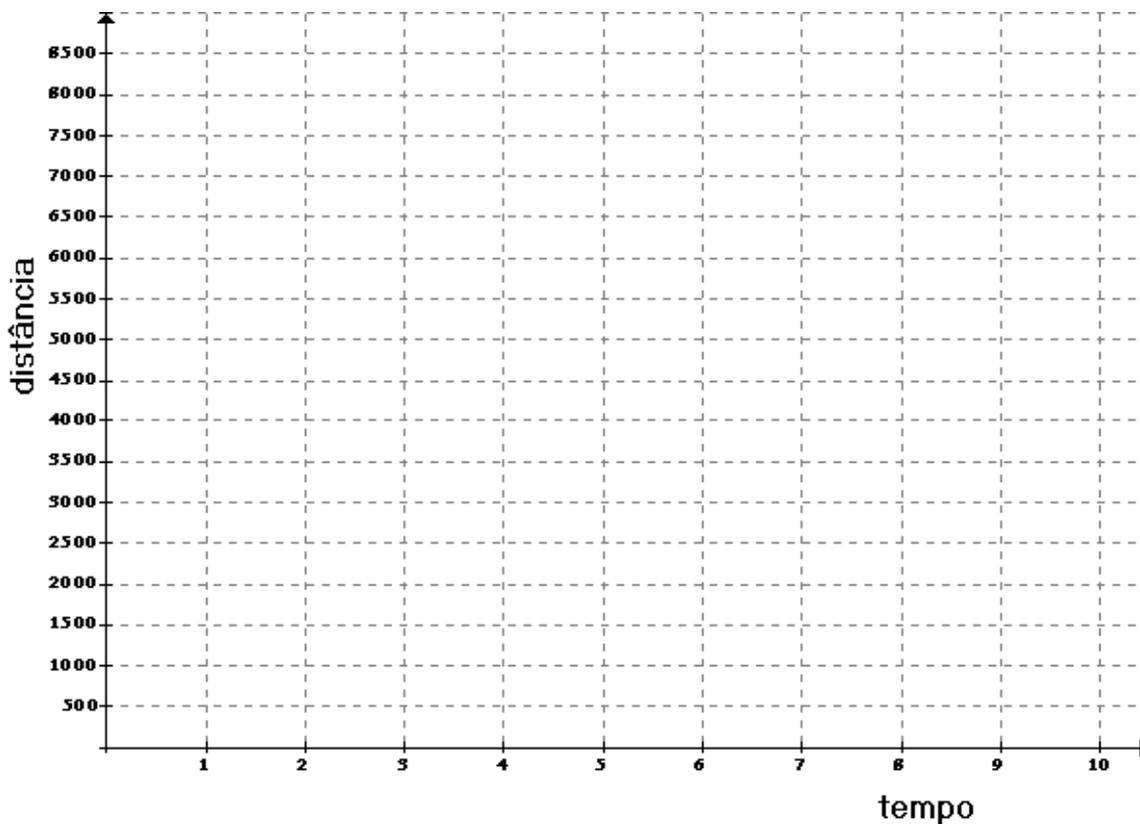


Tabela XVI

Tempo (minutos)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Distância (metros)	0	1000	2000	2000	3000	4000	4800	5800	7000	8200	8700

a) Identifique o domínio e o conjunto imagem relativo a função indicada na tabela, que associa o tempo passado a partir do instante que João saiu de casa à distância percorrida .

Capítulo 5: Modelando problemas através de equações.

Aula 5.

Muitos dos problemas que resolvemos em aulas anteriores podem ser escritos em linguagem matemática e resolvidos por meio de equações.

Exemplo: Carlos ouviu seu pai dizer que a área do quintal de casa vale 36 metros quadrados. Sabendo-se que o terreno é quadrado, quanto mede o lado deste quadrado?

Solução:

Podemos chamar o lado desconhecido de n , e tentar descobrir um valor de n tal que $n = 36$

Por tentativa vemos que esta equação tem duas soluções, a saber, $n = 6$ e $n = -6$. Como o lado de um quadrado não pode ser número negativo, concluímos que a resposta do problema é 6.

Atenção: Muitos problemas podem ser descritos em linguagem matemática. Uma estratégia consiste em chamar o valor que se quer descobrir de uma letra, montando uma equação.

Atividade 1: Descreva cada um dos problemas abaixo em linguagem matemática, montando uma equação. Resolva de cabeça a equação para chegar à solução do problema.

1- O número de pregadores que Maria usa para pendurar as roupas no varal é sempre o número de roupas mais um. Quantas roupas Maria pode pendurar, se ela dispõe apenas de 13 pregadores?

2- João ganhou um animalzinho de estimação muito engraçado. A cada dia ele se duplica, de modo que no dia seguinte ele terá 2, mais um dia, e já serão 4, e assim por diante. João teve a idéia de presentear 15 dos seus melhores amigos do colégio, cada um com um animalzinho, só que João também quer ficar com um para ele. Quantos dias João deve esperar para fazer a surpresa aos amigos?

3- O professor estava fazendo a brincadeira de pingue-pongue dos números. Cada aluno dizia um número, o professor respondia e a turma tinha que adivinhar a regra usada por ele. Paulo desconfiou que a resposta fosse sempre dobro do número falado. Para testar, falou um número e a resposta do professor foi 50. Imediatamente Paulo disse a regra certa, e ganhou o jogo. Qual foi o número que Paulo falou para o professor?

Atividade 2: Descubra que valor que devemos atribuir às letras para que as igualdades abaixo sejam satisfeitas. Use o método de tentativas.

- 1) $x+3=10$ (Que número que somado com 3 dá 10?)
- 2) $3n=15$ (Que número que multiplicado por 3 dá 15?)
- 3) $s/6=10$ (Que número que dividido por 6 dá 10?)
- 4) $x^2=9$ (Quais os números que elevados ao quadrado dão 9?)
- 5) $2^n=8$ (2 elevado a que número tem como resposta 8?)
- 6) $2n+3=23$ (O dobro de um número mais três é igual a 23. Que número é este?)
- 7) $m - 4=15$ (Qual é o número que quando você tira 4, dá 15?)
- 8) $5=x+3$
- 9) $x^2+1=10$
- 10) $(x-1)^2=16$
- 11) $(x-5)(x-3)=0$
- 12) $(x-3)^2=1$

Atividade 3: As frases abaixo podem ser representadas por sentenças matemáticas. Escreva as equações correspondentes em cada caso.

- a) O triplo de um número menos 15 é igual a 75. Que número é esse?
- b) João e Carlos têm juntos 34 anos. Se João é mais velho que Carlos 4 anos, qual a idade de Carlos?
- c) Pensei em um número, multipliquei por 4, subtraí 7 e somei o próprio número que tinha pensado. Deu 23. Em que número pensei?
- d) Para organizar uma festa uma firma cobra cem reais de aluguel do salão e mais 15 reais por pessoa. Natália usou os serviços da firma para a festa de seu aniversário e gastou 250 reais. Quantas pessoas foram à festa de Natália?
- e) Num estacionamento há carros e motos totalizando 85 veículos. O número de carros é igual a quatro vezes o número de motos. Quantas motos há no estacionamento?

Atividade 4: Jogando dominó

Material: 20 peças do dominó especial que pode ser encontrado abaixo. (Se preferir, para que as peças fiquem menos maleáveis, cole cartolina antes e recorte depois).

Jogadores: 2, 3 ou 4. No caso de 4 jogadores serão cinco peças para cada um. No entanto, se houver apenas 2 ou 3 jogadores sugere-se que cada um receba 5 cartas e ponha as demais em um bolo.

Modo de Jogar: Um jogador pode ver o jogo do outro. Um começa colocando um dominó sobre a mesa, passa a vez para o seu adversário da esquerda e assim sempre. Observe que cada peça tem uma equação e uma ou duas soluções (no caso da equação de 2º grau). Se um jogador tiver a solução ou a equação de qualquer peça da mesa, pode unir as peças correspondentes como em um jogo de dominó comum.

Ganha aquele que acabar com suas peças primeiro.

Com menos de 4 jogadores, o jogo deve proceder como fora descrito acima, porém com algumas observações:

- Se na vez do jogador ele não portar a peça que corresponda a alguma do jogo, ele deve recorrer ao bolo até que encontre tal peça;
- Se a carta estiver com um dos adversários, o jogador pode passar a vez.

$x = 20$	$314^x = 314$	$x = 1$	$40/(x+1) = 2$
$x = 19$	$3x = 36$	$x = 12$	$\sqrt{x} = 4$
$x = 16$	$\sqrt{x+2} = 3$	$x = 5$	$x^2 = 9$
$x = 7$	$2^x = 16$	$x = 4$	$2x = 12$

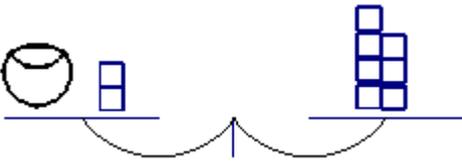
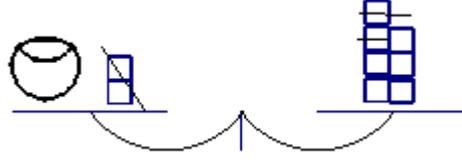
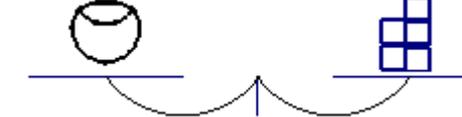
$x = 6$	$x - 7 = 10$	$x = 17$	$(x - 1) / 2 = 2$
não tem solução	$x^3 = 8$	$x = 2$	$x^3 = -1$
$x = 8$ ou $x = 3$	$90/x = 10$	$x = 9$	$20 = 2 + x$
$x = 10$	$2x = -6$	$x = -3$	$2x = x$
$x = 3$ ou $x = -3$	$x^2 = -4$	$x = 18$	$3x + 2 = 32$
$x = -1$	$(x - 8)(x - 3) = 0$	$x = 0$	$50 = 2x + 10$

Capítulo 6: Somando ou subtraindo a mesma quantidade em ambos os membros da igualdade.

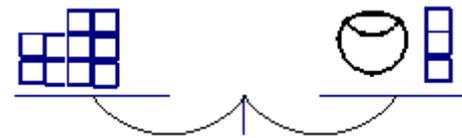
Aula 6.

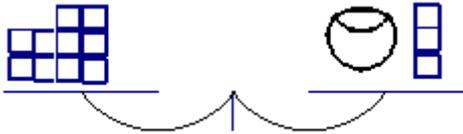
Atividade 1: Ajeite a balança de modo que os mantimentos fiquem em um dos pratos, mantendo-a sempre equilibrada. Com isso, descubra a massa do mantimento e identifique uma equação que ilustra cada situação. Faça como no modelo:

Situação 1:

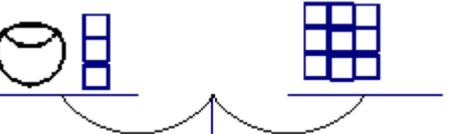
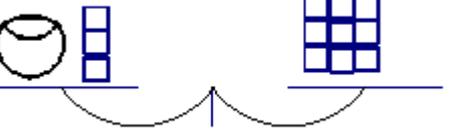
<p>Balança: O mantimento é colocado no pote de isopor. Cada pesinho  tem massa de 1 kg.</p>	<p>Equação: Aqui x significa o peso do mantimento.</p>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">$x+2=7$</div> <p>Descrição: <u>A massa do mantimento mais 2 é igual a</u> <u>7.</u></p>
 <p>Ação: Retirei 2 pesinhos em cada prato da balança.</p>	$x+2=7$ $x+2-2=7-2$ $x=7-2$ $x=5$ <p>Explicação: Retiro 2 em cada membro da igualdade.</p>
	<p>$x=$ _____</p> <p>Resposta: A massa do mantimento é _____ Kg.</p>

Situação 2:

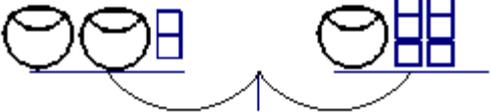
<p>Balança:</p>	<p>Equação:</p>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">$10=x+3$</div> <p>Descrição: _____</p>
	$10=x+3$ $10-3=x+3-3$ $10-3=x$ $7=x$

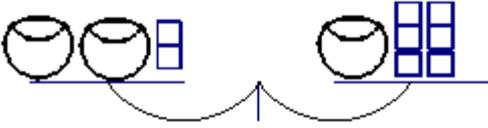
 <p>Ação: Retirei ___ pesinhos em cada prato da balança. (Risque os pesinhos retirados)</p>	<p>Explicação: Retiro ___ em cada membro da igualdade.</p>
	<p>Resposta: A massa do mantimento é ___ Kg.</p>

Situação 3:

<p>Balança:</p> 	<p>Equação:</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>
 <p>Ação: Retirei ___ pesinhos em cada prato da balança. (Risque os pesinhos retirados)</p>	<p>Descrição:</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 50px; margin: 10px auto;"></div> <p>Explicação: Retiro ___ em cada membro da igualdade.</p>
	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div> <p>Resposta: A massa do mantimento é ___ Kg.</p>

Situação 4:

<p>Balança: Aqui as três vasilhas de mantimento apresentam a mesma massa.</p>	<p>Equação:</p>
	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div> <p>Descrição:</p>

 <p>Ação: Retirei ___ pesinhos em cada prato da balança. (Risque os pesinhos retirados)</p> <p>Retirei ___ vasilha em cada prato. (Risque as vasilhas retiradas).</p>	<p>Explicação: Retiro 2 em cada membro da igualdade e depois retiro x em cada membro da igualdade</p>
	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <p>Resposta: A massa do mantimento é ___ Kg.</p>

Ao retirarmos a mesma quantidade em ambos os membros de uma igualdade, a igualdade não se altera.

Atividade 2: Use a técnica acima para resolver equações, conforme o exemplo:

Problema	Equação: Chamaremos de x o valor desconhecido.	Resolução
<p>Júlia tinha um dinheirinho guardado no cofre. Ganhou 7 reais de seu pai e ficou com 15 reais. Quanto dinheiro havia no cofre de Júlia.</p>	<p>$x \rightarrow$ dinheiro contido no cofre. Equação: $x+7=15$</p>	<p>$x+7=15$ Retirando 7 em ambos os membros da igualdade, obtemos: $x=15-7$, ou seja, $x=8$</p>
<p>Diego engordou 3 quilos depois que saiu do judô. Agora está com 60 quilos. Qual era a massa de Diego pouco antes de abandonar o esporte?</p>	<p>$x \rightarrow$ massa de Diego antes de largar o judô. Equação: <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin-top: 10px;"></div></p>	
<p>Amanda tinha tirado 4,5 na prova, mas houve um erro na correção e ela conseguiu pontos na revisão, ficando com nota 6. Quantos pontos Amanda ganhou na revisão?</p>	<p>$x \rightarrow$ valor que Amanda ganhou na revisão. Equação: <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin-top: 10px;"></div></p>	
<p>Bárbara e seu irmãozinho que tem massa de 15 kg estavam equilibrados em uma gangorra com</p>	<p>$x \rightarrow$ massa de Bárbara Equação: <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin-top: 10px;"></div></p>	

Pedro, que tem massa de 50 kg. Qual é a massa de Bárbara?		
--	--	--

Atividade 3: Resolva as equações, explicando o raciocínio, conforme o exemplo

Equação	Solução	Conferindo
a) $2x+3=13$	$2x+3=13$ (Subtraio 3 em ambos os membros da igualdade) $2x=13-3$ $2x=10$ (Que número que multiplicado por 2 dá 10?) $x=$ ____	$2x+3=13$ Substituindo $x=5$, obtemos: $2(5)+3=10+3=13$ OK!
b) $x+25=100$		
c) $+6=10$	$+6=10$ (Subtraio __ em ambos os membros da igualdade.) $=10-6= 4$ (Que número que elevado ao quadrado dá 4?) $x=$ ____ ou $x=$ ____	
d) $20=x+3$		
e) $x+30=2x+20$		

Vimos que ao retirarmos o mesmo pesinho em ambos os pratos de uma balança equilibrada, ela mantém-se equilibrada. E se acrescentarmos o mesmo pesinho em ambos os pratos de uma balança equilibrada?

Concluimos então que:

Ao somarmos a mesma quantidade em ambos os membros de uma igualdade, a igualdade não se altera.

Atividade 4: Use a técnica acima para resolver equações conforme o exemplo.

Problema	Equação: Chamaremos de x o valor desconhecido.	Resolução
Isabela ganhou a mesada e gastou 3 reais em um lanche. Ainda sobraram 12 reais. Qual o valor da mesada de Isabela?	$x \rightarrow$ valor da mesada de Isabela Equação: $x-3=12$	$x-3 = 12$ Somando 3 em ambos os membros da igualdade, obtemos: $x-3+3=12+3$ $x = 12+3$, ou seja, $x = 15$
Carlos emagreceu 2 quilos depois que entrou na natação. Agora está com 55 quilos. Qual era a massa de Carlos pouco antes de começar a praticar esse esporte?	$x \rightarrow$ massa de Carlos antes de entrar para a natação. Equação: <input type="text"/>	
Marta levou a carteira para o supermercado e gastou 38 reais em compras. Verificou que ainda restavam 27 reais na carteira. Quanto dinheiro havia na carteira de Marta antes das compras?	$x \rightarrow$ dinheiro na carteira de Marta antes das compras. Equação: <input type="text"/>	

Atividade 5: Resolva as equações, explicando o raciocínio, conforme o exemplo

Equação	Solução	Conferindo
---------	---------	------------

a) $2x-5=17$	$2x-5 = 17$ (Somo 5 em ambos os membros da igualdade) $2x-5+5 = 17+5$ $2x = 17+5$ $2x = 22$ (Que número que multiplicado por 2 dá 22?) $x = \underline{\quad}$	$2x-5=17$ Substituindo $x=11$, obtemos: $2(11)-5=22-5=17$ OK!
b) $x-15=40$		
c) $-2=7$	$-2 = 7$ (Somo $\underline{\quad}$ em ambos os membros da igualdade.) $-2 + 2 = 7 + 2$ $= 7 + 2$ $= 9$ (Que número que elevado ao quadrado dá 9?) $x = \underline{\quad}$ ou $x = \underline{\quad}$	
d) $18=x-3$		
e) $2x-9=x+4$		

Jogo da balança:

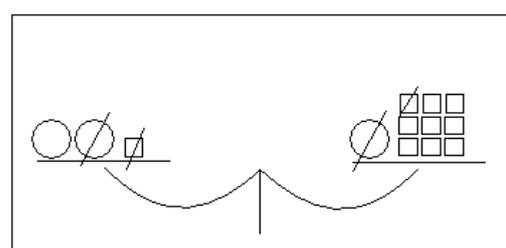
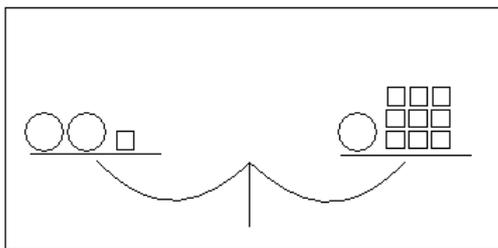
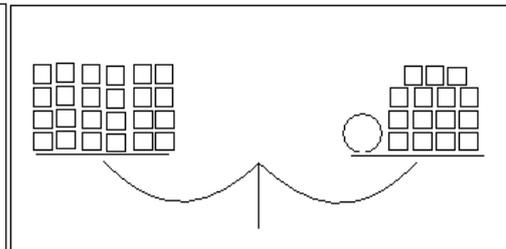
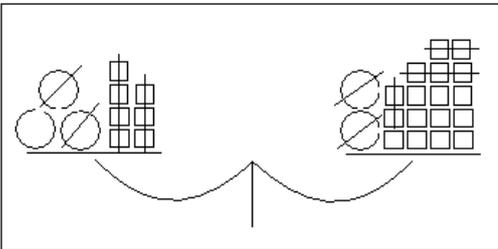
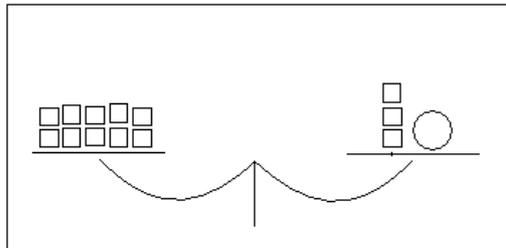
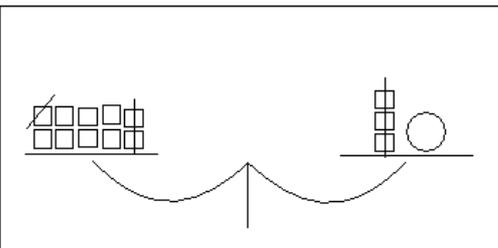
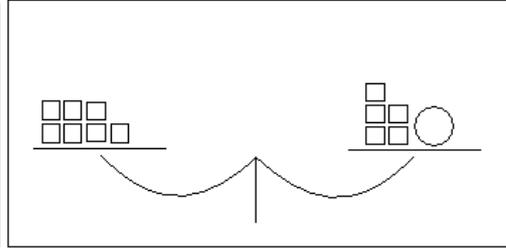
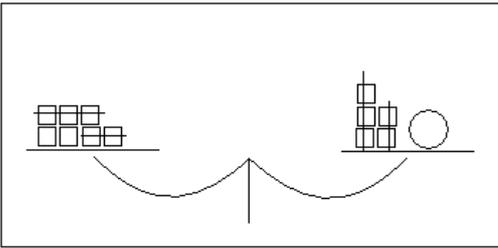
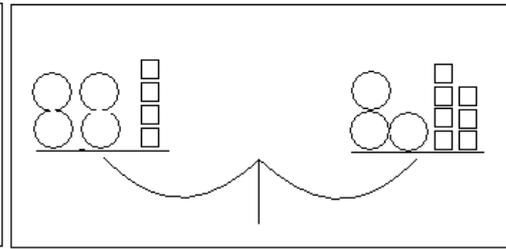
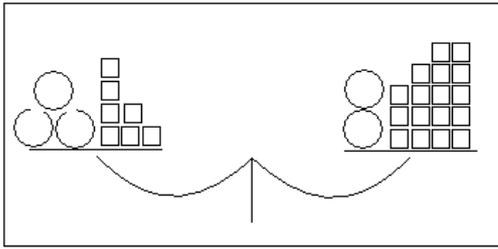
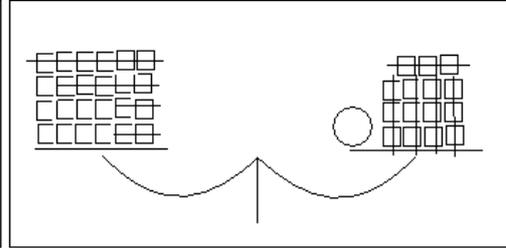
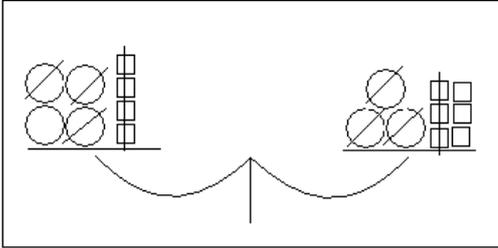
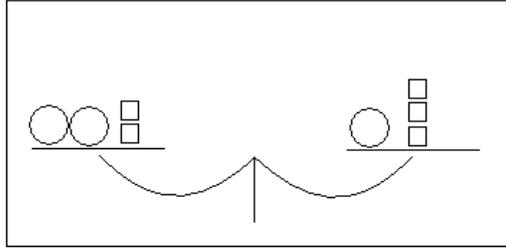
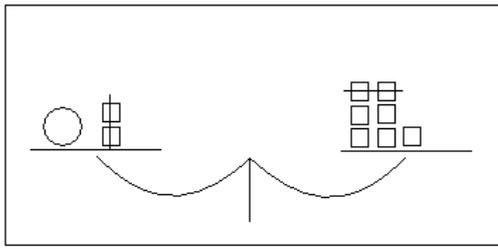
Número de jogadores: O jogo foi testado com quatro jogadores, porém a quantidade de jogadores pode variar de 2 a 5;

Material: 40 cartas que podem ser encontradas abaixo. Nas cartas temos a representação de 10 equações, cada equação tem 4 cartas que a representam;

Regras do jogo:

- Cada participante receberá 5 cartas. As que sobrarem ficarão viradas e dispostas em um bolo na mesa. Os jogadores podem ver o jogo do outro.
- O objetivo do jogador é conseguir juntar 3 ou 4 cartas que representem a mesma equação. Para isso, na sua vez, ele deverá comprar e jogar fora cartas. A cada carta comprada, o participante deve descartar e deixar visível na mesa uma das que estão na sua mão. Ele pode comprar as cartas do bolo ou as cartas que os outros participantes descartaram.
- Depois da jogada do primeiro participante, passa-se a vez para o da esquerda.
- Quando um jogador tem 3 ou 4 cartas relativas à mesma equação, elas podem ser baixadas na mesa. Se o jogador baixar só 3 cartas e mais tarde chegar na sua mão a quarta carta relativa à equação, ele pode juntá-la as que estão baixadas. A “canastra” com 3 cartas vale 30 pontos e a canastra com 4 cartas vale 40 pontos. Quando o jogador acaba com as cartas que estão na sua mão consegue a “batida”, que vale 50 pontos.
- Se as cartas da jogada não forem da mesma equação, obviamente o jogador não terá os pontos.
- O jogo se encerra quando não há mais cartas no bolo ou quando alguém consegue a “batida”. Vence quem somar mais pontos.

$2x+2=x+6$	$x=4$



$2x+1=x+9$	$x+3=9$
$2x+2=x+3$	$10=x+3$
$7=5+x$	$x=3$
$x=9 \text{ (nove)}$	$3x+7=2x+17$
$x=6 \text{ (seis)}$	$x=9 \text{ (nove)}$

$24=x+15$	$4x+4=3x+7$
$x=1$	$x=2$
$x+2=7$	$x=8$
$x=5$	$x=7$

Capítulo 7: Multiplicando ou dividindo (por um número não nulo) ambos os membros de uma igualdade.

Aula 7.

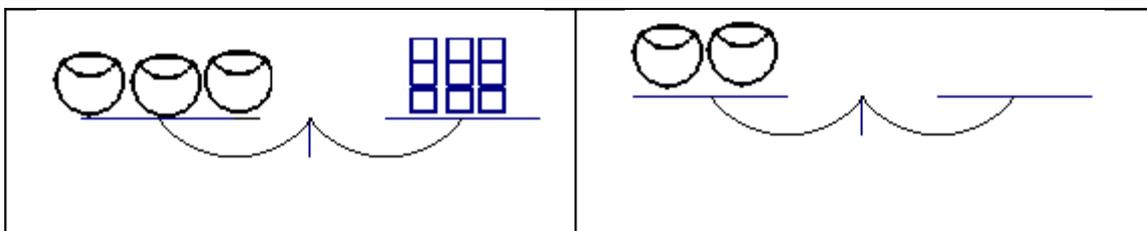
Atividade 1: Complete a tabela abaixo. Aqui o símbolo x representa multiplicação.

a) $5x=$	(5 pedaços de tamanho correspondem a um inteiro)
----------	--

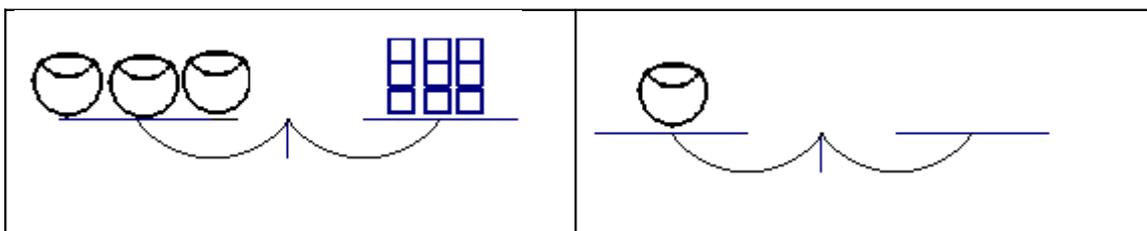
b) $5x =$	(5 pedaços de tamanho x correspondem a ___ inteiros)
c) $=$	(Se multiplicamos 2 por 5, e depois dividimos por 5, o resultado é ___)
d) $=$	(Se multiplicamos um número c por 5 e em seguida dividimos por 5 o resultado é ___)

Atividade 2: Em cada item, coloque a quantidade de pesos necessários em cada prato para que a balança fique equilibrada;

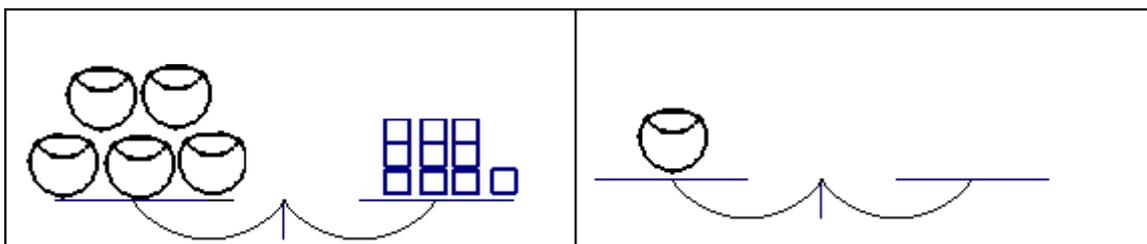
a)



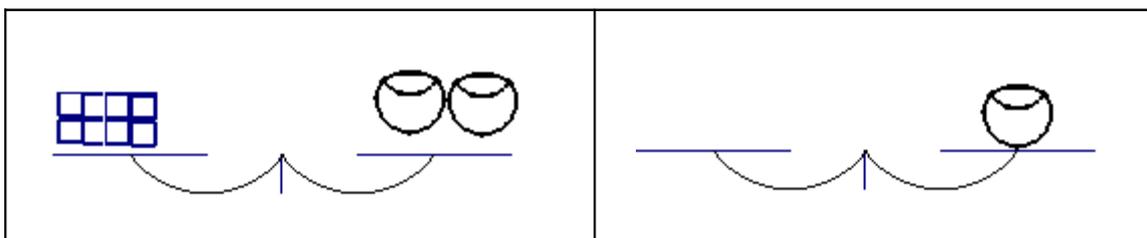
b)



c)

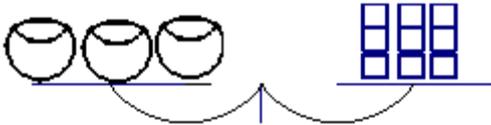
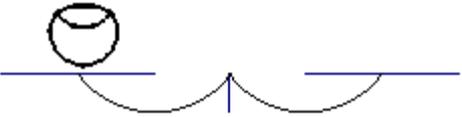


d)

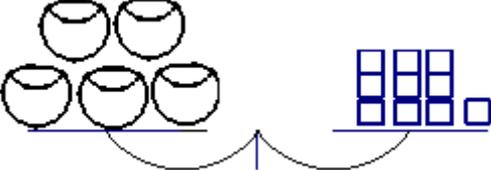


Atividade 3: Coloque o peso necessário no prato vazio para que a balança fique equilibrada. Descubra a massa do mantimento. Faça como no modelo, identifique uma equação que ilustra cada situação

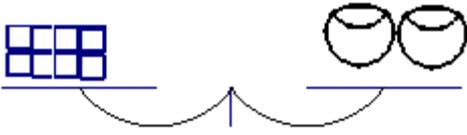
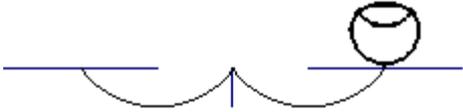
Situação 1:

<p>Balança: O mantimento é colocado no pote de isopor. Cada pesinho  vale 1 kg.</p>	<p>Equação: Aqui x significa a massa do mantimento.</p>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $3x=9$ </div> <p>Descrição: O triplo da massa de um mantimento é igual a 9.</p>
 <p>Ação: Coloque a quantidade necessária de pesinhos no prato direito para que a balança fique equilibrada.</p>	<p>Explicação: Se divido por 3 a massa no prato esquerdo, devo dividir por 3 a massa no prato direito.</p> $3x=9$ $=$ $x=3$
	<p>Resposta: A massa do mantimento é <u> </u> kg.</p>

Situação 2:

<p>Balança: O mantimento é colocado no pote de isopor. Cada pesinho  vale 1 kg.</p>	<p>Equação: Aqui x significa a massa do mantimento.</p>
	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div> <p>Descrição:</p>
 <p>Ação: Coloque a quantidade necessária de pesinhos no prato direito para que a balança fique equilibrada.</p>	<p>Explicação:</p>
	<p>Resposta: A massa do mantimento é <u> </u> kg.</p>

Situação 3:

<p>Balança: O mantimento é colocado no pote de isopor. Cada pesinho  vale 1 kg.</p>	<p>Equação: Aqui x significa a massa do mantimento.</p>
	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div> <p>Descrição:</p>
 <p>Ação: Coloque a quantidade necessária de pesinhos no prato esquerdo para que a balança fique equilibrada.</p>	<p>Explicação:</p>
<p>Resposta: A massa do mantimento é kg.</p>	

Ao dividirmos ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número (diferente de zero), a igualdade não se altera.

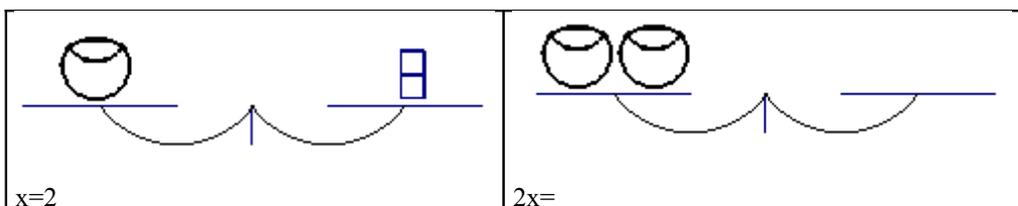
Atividade 4: Use a técnica acima para resolver equações, conforme o exemplo.

Problema	Equação: Chamaremos de x o valor desconhecido.	Resolução
<p>Júlia gastou 6 reais comprando 2 litros de óleo de cozinha. Quanto custa cada litro?</p>	<p>x → preço do litro de óleo. $2x=6$</p>	<p>$2x=6$ = $x=3$ Resposta: Cada litro de óleo custa 3 reais.</p>
<p>Maurício gastou 20 reais comprando 5 potes de doce caseiro. Quanto custou cada pote?</p>		

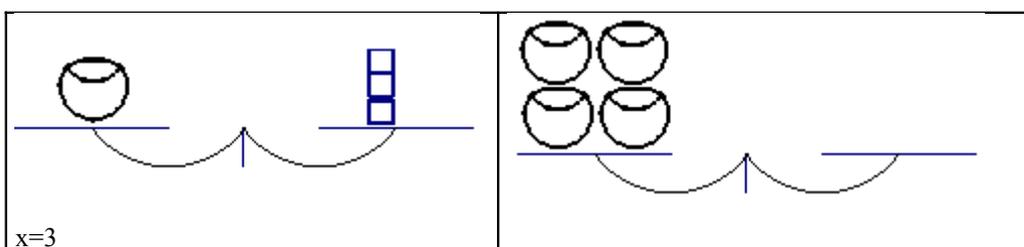
A caixa de leite com 6 caixas menores custa 9 reais. Quanto custa cada caixa de leite menor?		
Joana comprou na promoção 5 bananadas por 1 real. Qual o preço de cada bananada?		

Atividade 5: Coloque o peso necessário em cada braço da balança de modo que ela fique equilibrada. Escreva as equações correspondentes.

Situação 1:



Situação 2



Se multiplicarmos o peso que estava no prato esquerdo por um determinado número, para mantermos o equilíbrio, devemos multiplicar o peso que está do lado direito pelo mesmo número. Observando as equações que descrevem as situações 1 e 2, vemos que:

Ao multiplicarmos ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número, a igualdade não se altera.

Atividade 6: Use a técnica acima para resolver equações, conforme o exemplo.

Problema	Equação: Chamaremos de x o valor desconhecido.	Resolução
----------	--	-----------

Por causa da chuva, apenas 15 alunos estavam assistindo aula, e isso corresponde à metade da turma. Quantos alunos têm nesta turma?	$x \rightarrow$ quantidade de alunos da turma. $=15$	$=15$ $=30$ $x=30$
A quarta parte de uma torta custa 3 reais. Quanto custa a torta toda?		
Na festa de Bruna vieram dos convidados, e isso corresponde a 6 pessoas. Quantas pessoas foram convidadas para a festa de Bruna?		

Atividade 7: Resolva as equações, explicando o raciocínio, conforme o exemplo

Equação	Solução	Conferindo
a) $5x=20$ (O quántuplo de um número é 20)	$5x=20$ (Divido ambos os membros da igualdade por 5) $=$ $x=4$ Resposta: $x=4$	$5x=20$ $5(4)=20$ (OK!)
b) $=7$ (A terça parte de um número é 7)		
c) $+3=15$		

d) $3x-5=50$		
e) $37=6x+7$		

Capítulo 8: Equações e funções polinomiais de primeiro grau (função afim).

Aula 8- Função afim.

Material: Calculadora

Atividade 1: Você sabia que o número do seu sapato é em função do comprimento do seu pé? Os fabricantes brasileiros usam a fórmula:

, onde x é o tamanho do pé em centímetros e y é o número do sapato.

Beatriz ficou curiosa: mediu o próprio pé e constatou que ele tinha 24 cm de comprimento.

Substituiu $x=24$ na fórmula, e aí obteve:

Que bom! A maioria dos seus calçados era mesmo 37!

Exploração:

- 1- Uma pessoa calça 35, qual deve ser aproximadamente o comprimento de seu pé?
- 2- Substitua na fórmula o número y que você calça, e obtenha o valor aproximado do tamanho do seu pé. Quando tiver oportunidade, verifique a medida do seu pé.
- 3- Beatriz resolveu medir os pés de seus três irmãos menores e organizou os dados obtidos na tabela abaixo. Na última linha ela colocou o tamanho do seu próprio pé. Preencha a tabela.

Tabela XVII

$x(\text{cm})$	$f(t)=$
12	
16	
20	
24	

- 4- Use a tabela acima para esboçar o gráfico da função

Atividade 2: O índice de massa corporal é um número usado pelos médicos para indicar se a pessoa está no peso ideal. O índice é calculado pela fórmula:

, onde p é o peso⁵ em quilos e a é a altura em metros.

Uma tabela aceita pela Organização Mundial de Saúde é a seguinte

Tabela XVIII

IMC	Situação
abaixo de 20	Abaixo do peso ideal
de 20 até 25	Peso ideal
de 25 até 30	Sobrepeso
de 30 até 35	Obesa tipo I
de 35 até 40	Obesa tipo II
de 40 até 50	Super-obesa
acima de 50	Obesidade mórbida

Exploração:

⁵ Corriqueiramente, os termos massa e peso são utilizados como sinônimos, porém é muito importante explicar ao aluno que massa é uma propriedade da matéria e que peso é a força gravitacional exercida sobre a massa. (Isto ocorre por causa do quilograma-força “kgf.”, que é uma unidade de peso. Quando o peso é expresso em kgf., seu valor coincide com a massa)

1- Solange tem 1,50m de altura e quer ficar com $IMC=24$. Qual o peso que Solange deve tentar alcançar?

2- Carlos tem 1,60m de altura. Determine o peso mínimo e o peso máximo que ele pode ter, para ficar dentro da faixa de peso ideal.

3- Calcule o seu IMC.

4- Flávia tem 1,50m de altura. O gráfico da função , colocando o peso p no eixo x e o índice IMC no eixo y é dado por:

IMC (y)

a) Olhando o gráfico, preencha a tabela com valores aproximados⁶:

Tabela XIX

IMC	Situação	Peso de Flávia
Abaixo de 20	Abaixo do peso ideal	Abaixo de
De 20 até 25	Peso ideal	Entre e
De 25 até 30	Sobrepeso	Entre e
De 30 até 35	Obesa tipo I	Entre e
De 35 até 40	Obesa tipo II	Entre e
De 40 até 50	Super-obesa	Entre e
Acima de 50	Obesidade mórbida	Acima de

Atividade 3: Pingue-pongue de números 2. A atividade será realizada da seguinte maneira:

- Os alunos falam um número;
- O professor responde com um número;
- Os alunos tentam descobrir que regra o professor usou para modificar o número falado por eles.

Vamos jogar 3 rodadas:

a) Preencha a tabela:

Peso (x)

Tabela XX

Alunos	Mestre	Par Ordenado	Alunos	Mestre	Par Ordenado	Alunos	Mestre	Par Ordenado
-3	-6	(,)	4	9	(,)	2	3	(,)
-1	-2	(,)	1	3	(,)	3	5	(,)
2		(,)	2	5	(,)	4	7	(,)
4	8	(,)	3	7	(,)	5	9	(,)
3		(,)		11	(,)	6		(,)
x		(,)	x		(,)	x		
f(x)=			g(x)=			h(x)=		
ou			ou			ou		
y=			y=			y=		

b) Faça o gráfico das funções $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ no mesmo plano cartesiano.

⁶ Caso queira, utilize a fórmula.

Observe que as funções acima são do modelo , onde a e b são constantes reais. Toda função deste modelo é chamada de *função afim*.

c) Complete a tabela abaixo:

Tabela XXI

Função	a	b	Função calculada no ponto
$f(x) = 2x$ ou $y = 2x$			$f(0) =$
$g(x) = 2x + 1$ ou $y = 2x + 1$			$g(0) =$
$h(x) = 2x - 1$ ou $y = 2x - 1$			$h(0) =$

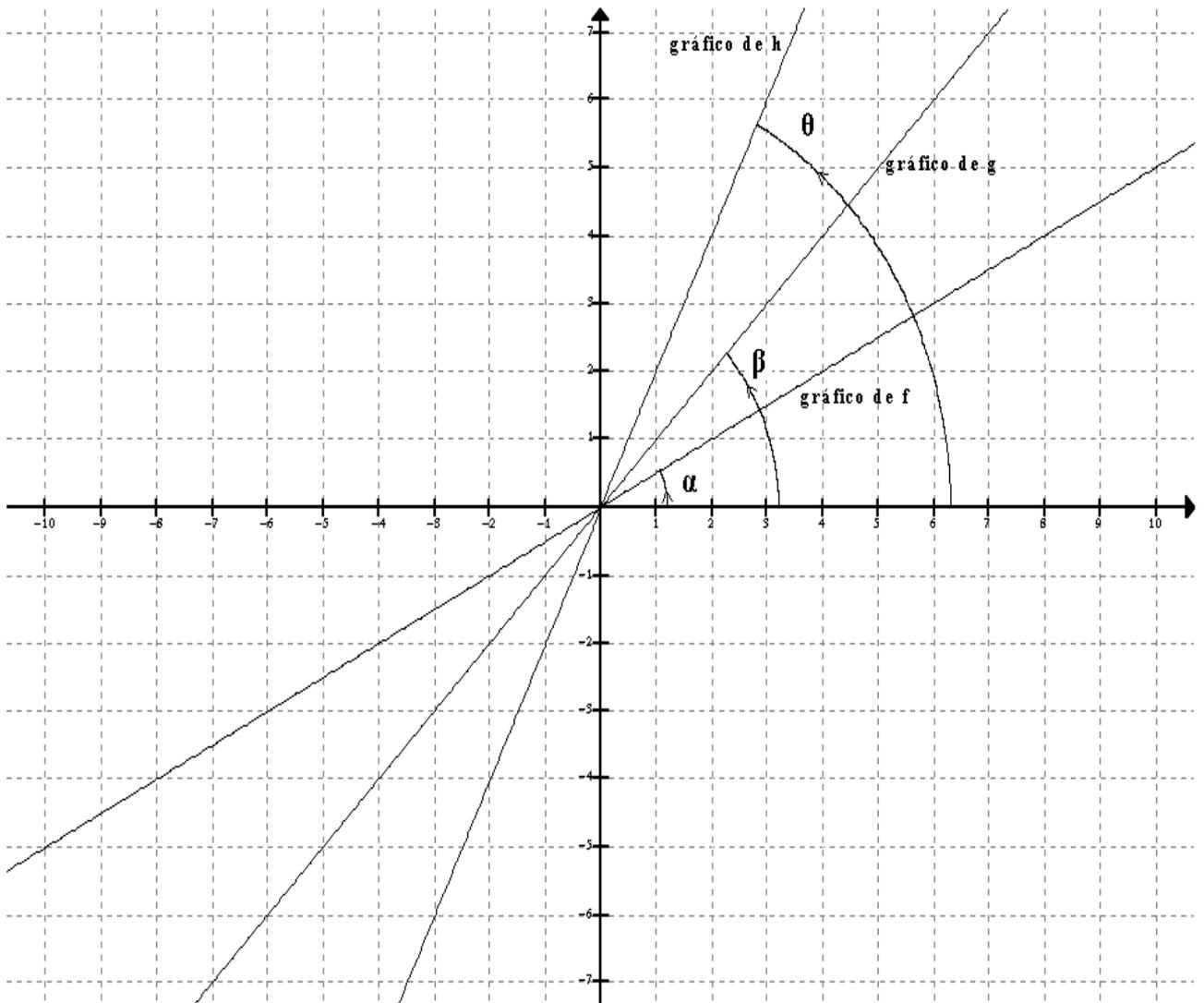
d) Você observa algo em comum entre as três funções?

e) Você observa algo em comum entre os *gráficos* das três funções?

O coeficiente que multiplica x , que chamamos de a , é chamado *coeficiente angular* ou *taxa de variação* da função . O coeficiente b é chamado de *coeficiente linear*.

f) Será que sempre que os coeficientes angulares de duas funções afins coincidirem, os respectivos gráficos serão retas paralelas?

Atividade 4:



Na turma de Priscila o professor fez a brincadeira de pingue-pongue com os números e pediu para os alunos registrarem a regra que ele utilizou através de gráficos. No eixo x, ficaram representados os números ditos pelos alunos e no eixo y foram representadas as respectivas respostas dadas pelo professor. Foram feitas 3 rodadas.

A primeira rodada está ilustrada no gráfico da função f, a segunda rodada no gráfico da função g e a terceira rodada no gráfico da função h. Veja os gráficos obtidos acima e preencha a tabela:

a) Preencha a tabela:

Tabela XXII

Alunos	Mestre	Par ordenado	Alunos	Mestre	Par ordenado	Alunos	Mestre	Par Ordenado
-4		(,)	-3		(,)	-3		(,)
-2		(,)	-2		(,)	-4		(,)
0		(,)	0		(,)	-1		(,)
2		(,)	-1		(,)	2		(,)
4		(,)	3		(,)	6		(,)
x		(,)	x		(,)	x		(,)
f(x)= ou y=			g(x)= ou y=			h(x)= ou y=		

b) Complete a tabela abaixo:

Tabela XXIII

Função	a (coeficiente e angular)	b (coeficiente e linear)	Função calculada no ponto $x=0$
$f(x)=x/2$ ou $y=x/2$			$f(0)=$
$g(x)=x$ ou $y=x$			$g(0)=$
$h(x)=2x$ ou $y=2x$			$h(0)=$

c) Você observa algo em comum entre as três funções?

d) O que você observa em comum entre os gráficos das três funções?

e) Uma função afim cujo gráfico passa na origem possui coeficiente linear $b=$ ____.

f) Preencha com θ, α, β . Para isto, observe os ângulos marcados no gráfico.

____ < ____ < ____.

g) Complete com maior ou menor:

Considere a reta que é gráfico de uma função. Quando o coeficiente angular a é positivo, quanto maior o valor de a , _____ é o ângulo que a reta faz com o eixo x .

Atividade 5: Observe os gráficos das funções f e g .

a) Preencha o membro esquerdo com $f(x)$ ou $g(x)$, de modo que os gráficos fiquem de acordo com a expressão algébrica.

;

Dizemos que uma função f é *crecente* quando sempre que x cresce, $f(x)$ também cresce. Dizemos que f é *decrecente* quando sempre que x cresce, $f(x)$ decresce.

b) Complete a tabela abaixo:

Tabela XXIV

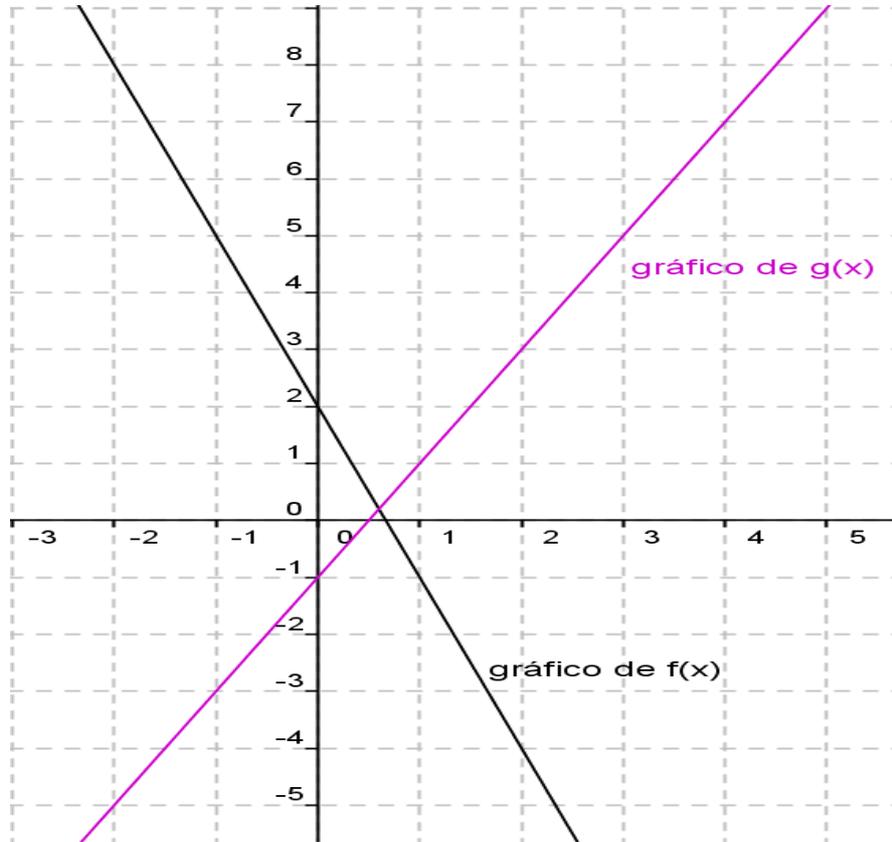
Função	Taxa de variação ou coeficiente angular a .	Coefficiente linear b .	Crecente ou decrescente.

c) Será que há alguma relação entre o coeficiente angular da função afim e o fato dela ser crescente ou decrescente? Invente algumas funções e tente elaborar uma conjectura relacionando o sinal do coeficiente angular com o fato da função ser crescente ou decrescente.

Aula 9: Função Afim (continuação)

Atividade 1:

Observe os gráficos das funções f , g .



a) Preencha o membro esquerdo com $f(x)$ ou $g(x)$, de modo que os gráficos fiquem de acordo com a expressão algébrica e preencha a tabela:

;Tabela XXV

Número x	Imagem do número pela função f : $f(x)$	Ponto no plano
-2		
-1		
0		
1		
2		

Número x	Imagem do número pela função g : $g(x)$	Ponto no plano
-2		
-1		
0		
1		
2		

A imagem de um ponto do domínio por uma função f é o valor obtido quando se calcula a função neste ponto .

Dizemos que uma função h é *crescente* quando $h(x)$ cresce à medida que x cresce. Dizemos que h é *decrecente* quando $h(x)$ decresce à medida que x cresce.

Repare

que o coeficiente angular de f vale _____, e, portanto é _____. (positivo ou negativo?)

- Analisemos a função g do exemplo. Quando x cresce 1 unidade, $g(x)$ _____ (cresce ou decresce) _____ unidades. Repare que o coeficiente angular de f vale _____, e, portanto é _____. (positivo ou negativo).

b) Complete a tabela abaixo:

Tabela XXVI

Função	Taxa de variação a	Crescente ou decrescente	Coeficiente linear b	A reta corta o eixo y em que ponto?
$y = -3x + 2$				No ponto $(0, 2)$
$y = 2x - 1$				

c) Se você fosse fazer uma conjectura relacionando crescimento ou decrescimento de funções afins com o coeficiente angular da reta, como completaria a linha abaixo?

Seja uma função afim. Quando a é positivo a função é _____. Quando a é negativo a função é _____.

Atividade 2: A lebre e a tartaruga

A lebre vivia toda prosa, adquirira a fama de ser a mais veloz de toda a bicharada. A raposa, o tigre, o gato, todos já tinham perdido na corrida para ela, e ninguém mais ousava desafiá-la. O pior é que agora ela deu para caçar dos mais lentos, e sempre que passava pela tartaruga, fazia troça:

“-E aí, molengona? É pra hoje ou pra amanhã?”

A tartaruga foi ficando tão irritada, que um dia, fora de si, desafiou a lebre para uma corrida. A notícia se espalhou mais rápido do que o fogo se espalharia na selva. Todos riam da pobre tartaruga, e a lebre era a mais debochada:

“- Não percam a grande disputa, vocês irão rir mais do que nunca!”

Ficou acertado que a corrida seria ao longo do riacho, num percurso total de 360 metros.

O final da história está descrito nos gráficos abaixo.

Exploração

- a) Quem venceu a corrida?
- b) Em quanto tempo o vencedor fez o percurso?
- c) Quantos metros a lebre correu ao todo?
- d) Suponha que você conseguiu um emprego no programa "Mundo Animal" e ficou encarregado de narrar a corrida da *lebre e da tartaruga*. Como faria a narração?
- e) E se você fosse comentarista do "Mundo Animal", que comentários você teceria a respeito do resultado da corrida?
- f) Enumere a segunda coluna de acordo com a primeira de modo que as equações na segunda coluna ilustrem a situação descrita na primeira coluna:

Tabela XXVII

(1) Função que associa a cada instante de tempo à posição da tartaruga neste instante.	()
(2) Função que associa cada instante de tempo à posição da lebre neste instante, considerando-se o intervalo de tempo $[0,10]$	()
(3) Função que associa cada instante de tempo à posição da lebre neste instante, considerando-se o intervalo de tempo $[10,120]$	()
(4) Função que associa cada instante de tempo à posição da lebre neste instante, considerando-se o intervalo de tempo $[120,140]$	()
(5) Função que associa cada instante de tempo à posição da lebre neste instante, considerando-se o intervalo de tempo $[140,350]$	()
(6) Função que associa cada instante de tempo à posição da lebre neste instante, considerando-se o intervalo de tempo $[350,360]$	()

Uma função é constante quando todos os pontos do domínio possuem a mesma imagem.

Atividade 3: Complete a tabela abaixo:

Tabela XXVIII

Função	Taxa de variação a	Crescente, decrescente, ou constante	Complete com: cresce ___ unidades, decresce ___ unidades, ou permanece constante.	Coefficiente linear b	A reta corta o eixo y em que ponto?
			Quando x cresce 1 unidade, a _____ imagem _____.		
			Quando x cresce 1 unidade, a _____ imagem _____.		

			Quando x cresce 1 unidade, a _____ imagem _____.		
			Quando x cresce 1 unidade, a _____ imagem _____.		
$y=-2x+3$			Quando x cresce 1 unidade, a _____ imagem _____.		

Capítulo 9: Equação e função quadráticas.

Aula 10: Equação do segundo grau.

Atividade 1:

a) Desenhe três retângulos diferentes, mas todos com área 12. Calcule o perímetro de cada um deles.

Tabela XXIX

Desenhe aqui o retângulo	Lados	Área	Perímetro

b) Retângulos de mesma área possuem sempre o mesmo perímetro?

c) Desenhe, se possível, um retângulo de área 32 e perímetro 24. Modele o problema através de uma equação matemática.

Atividade 2: Preencha a tabela abaixo observando como foi feito na 1ª linha.

Tabela XXX

		<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>									
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>8</td> <td>8 x</td> <td>64</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>x^2</td> <td>8 x</td> </tr> <tr> <td></td> <td>x</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>	8	8 x	64	x	x^2	8 x		x	8
8	8 x	64									
x	x^2	8 x									
	x	8									
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>6</td> <td>6 x</td> <td>36</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>x^2</td> <td>6 x</td> </tr> <tr> <td></td> <td>x</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>	6	6 x	36	x	x^2	6 x		x	6
6	6 x	36									
x	x^2	6 x									
	x	6									
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>									

Observação: Como , devemos sempre buscar a metade do número que está multiplicando x e verificar se, por sorte, o trinômio é quadrado perfeito.

Atividade 3: Preencha a tabela abaixo, conforme exemplificado na 1ª linha.

Tabela XXXI

Definição: Uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, onde a, b e c são constantes reais e $a \neq 0$ é chamada de equação polinomial de 2º grau, ou abreviadamente, equação do 2º grau.

Atividade 4: Vamos aprender a resolver equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$. Começaremos resolvendo as mais simples.

a) (Quando o produto de dois números dá zero, é porque um deles é zero)

b)

c)

d)

e)

f) $x^2 = 25$ (Quais os números que elevados ao quadrado dão 25?)

g) $(x - 3)^2 = 25$ (Quais os números que elevados ao quadrado dão 25? E quanto deve ser x

para que $x-3$ dê cada um destes números?)

h) $x^2 - 16 = 0$

i) $4x^2 = 144$

j) $(x + 1)^2 = 9$

k) $(x - 5)^2 = 0$

l) $x^2 - 10x + 25 = 0$ (Veja problema anterior)

Atividade 5:

m) $x^2 + 6x + 9 = 0$

n) $x^2 - 8x + 16 = 0$

o) $x^2 - 8x - 20 = 0$

Solução: Vamos tentar completar o quadrado.

Não deu certo, pois apareceu 16, e não -20. Porém somando 16 em ambos o membro da igualdade, teremos:

Então teremos:

, daí:

, logo teremos a seguinte expressão:

PENSAMENTO

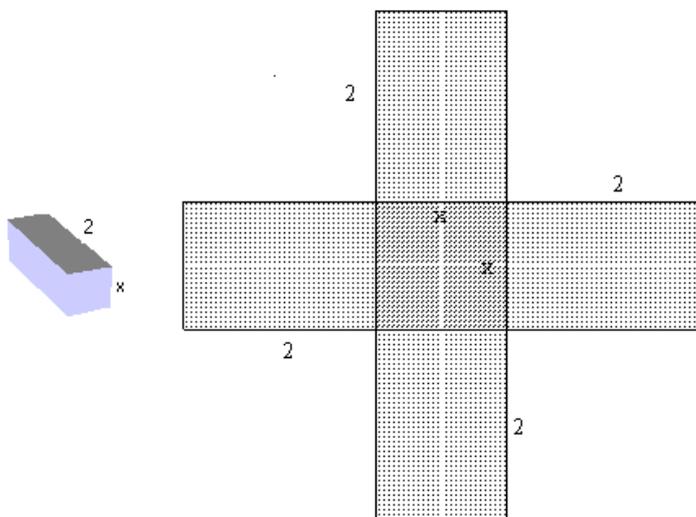
Então agora basta imaginar qual o número que elevado ao quadrado é igual a 36 e teremos como resposta 6 ou -6 . Para resultar em 6, quanto deve valer x ? Para resultar em -6 , quanto deve valer x ?

q)

Atividade 6: Desenhe se possível:

- Um retângulo cuja área seja 12 e o perímetro⁷ seja 14.
- Um retângulo cuja área seja 2 e o perímetro seja 8.
- Um retângulo cuja área seja 9 e o perímetro seja 12
- Um retângulo cuja área seja 30 e o perímetro seja 20.

Atividade 7: Queremos construir uma caixa de cartolina (no formato de um paralelepípedo retângulo) sem tampa de base quadrada e altura 2 dm e cuja área valha 9 dm^2 . Na prática gastaremos 9 dm^2 de cartolina para fazê-la. Quais devem ser as dimensões da caixa?



Lembrete: $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$

Atividade 8: Resolva as equações abaixo:

-
-
-
-
-

⁷ O perímetro é a soma dos lados de um polígono

f)

Aula 11: Função Quadrática**Atividade 1:****Material:** barbante de 24 cm.

Você recebeu um barbante de 24 cm, e com ele pode determinar retângulos distintos, todos com perímetro 24.

Observe a primeira linha abaixo da tabela e preencha o restante.

Tabela XXXII

Base	Altura a	Retângulo	Área	Determine o ponto onde a abscissa seja a base e a ordenada seja a área.
2	10			(2, 20)
3				
6				
9				
10				
x				

a) Se a base medir x , quanto medirá a altura em função de x ? E a área?

b) Faça um gráfico de . Repare que se $0 < x < 12$, o gráfico relaciona a cada possível base, a área do retângulo com essa base e perímetro 24.

Definição: Retângulo é um quadrilátero que possui os quatro ângulos internos retos.

c) Entre todos os retângulos de perímetro 24, qual é aquele que apresenta a maior área?

Definição: Uma função do tipo , com a, b e c coeficientes reais e $a \neq 0$ é chamada de função quadrática.

O gráfico de uma função quadrática possui um ponto de máximo ou um ponto de mínimo, esse ponto será denominado vértice. Escrevendo a função quadrática de uma forma especial, podemos verificar esta afirmação com mais facilidade.

Exemplo 1: . Procederemos da seguinte maneira:

1º- Começamos tentando escrever o segundo membro da igualdade como um quadrado perfeito. Observamos que a metade de -4 é -2 , logo deveríamos tentar . Só que

2º- Basta subtrair 1 em ambos os membros dessa última igualdade para encontrarmos

, como queríamos. Assim:

Se , temos . Seja qual for o valor de teremos , ou seja, este é o menor valor que f pode assumir. Isso ocorre pois $(x-2)^2 \geq 0$, só sendo zero quando . Somando-se um número positivo a -1 , o resultado dará um número maior que -1 , portanto f atinge em o valor mínimo -1 . O ponto $(2, -1)$ é o ponto de mínimo do gráfico. Assim, a abscissa do vértice é 2 (escreve-se: $=2$). A ordenada do vértice é -1 (escreve-se).

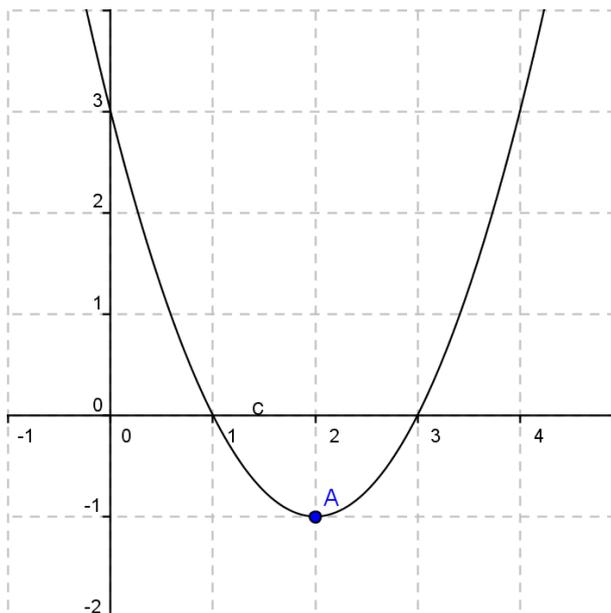
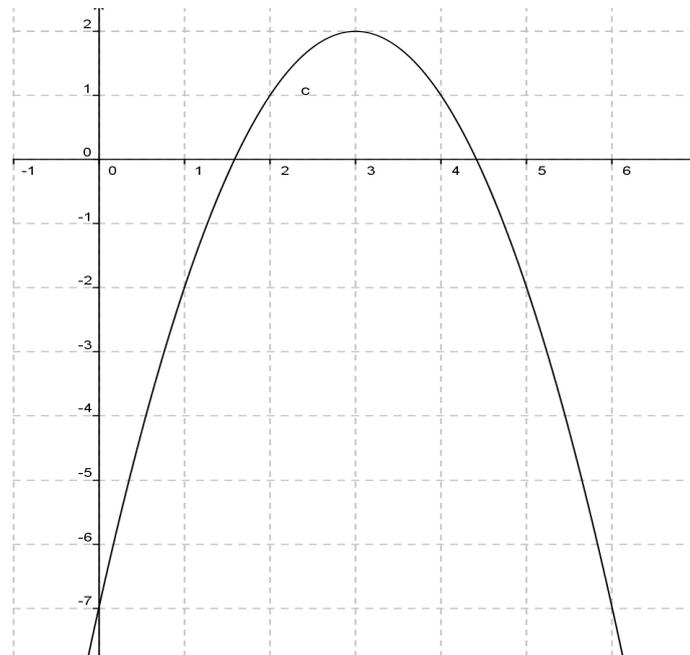


Gráfico de $f(x) = (x-2)^2 - 1$, observe o vértice.

Exemplo 2:

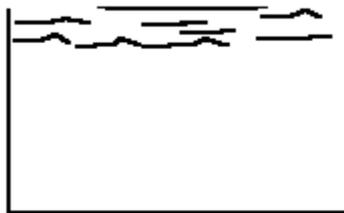
Assim

Gráfico de $g(x)$.

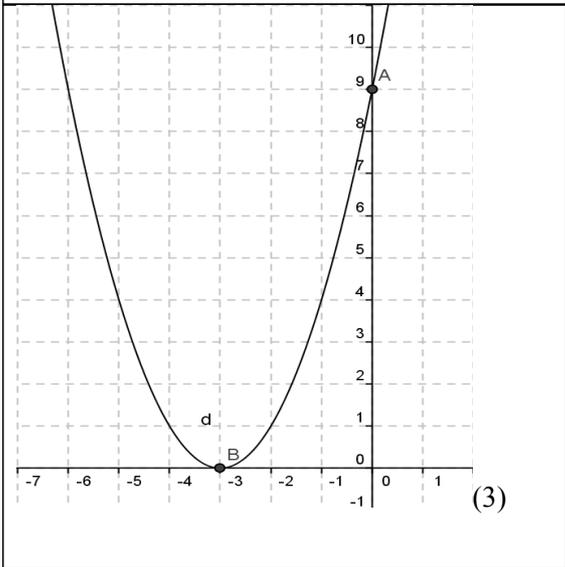
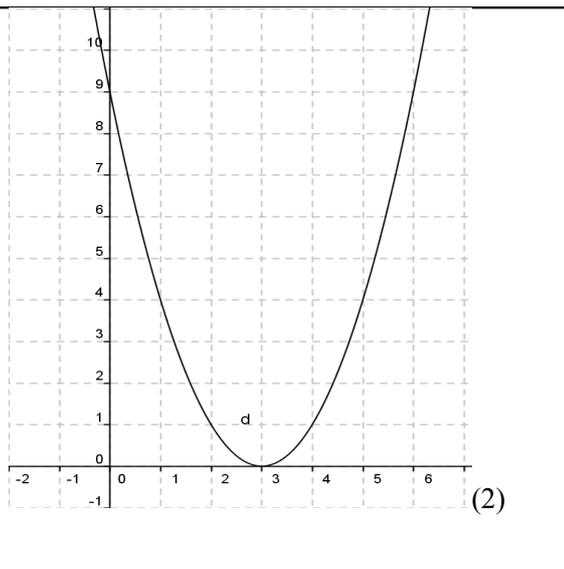
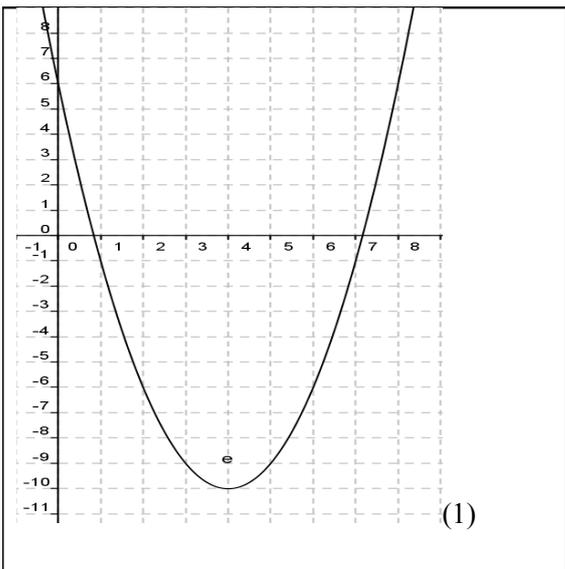
Se $a < 0$, temos $\Delta > 0$. Se $a > 0$, $f(x)$ será menor que 2. Em $x=3$ ocorre então o valor máximo da função, que é 2. Logo $(3, 2)$ é ponto de máximo.

Observação: Sempre podemos escrever uma função quadrática na forma

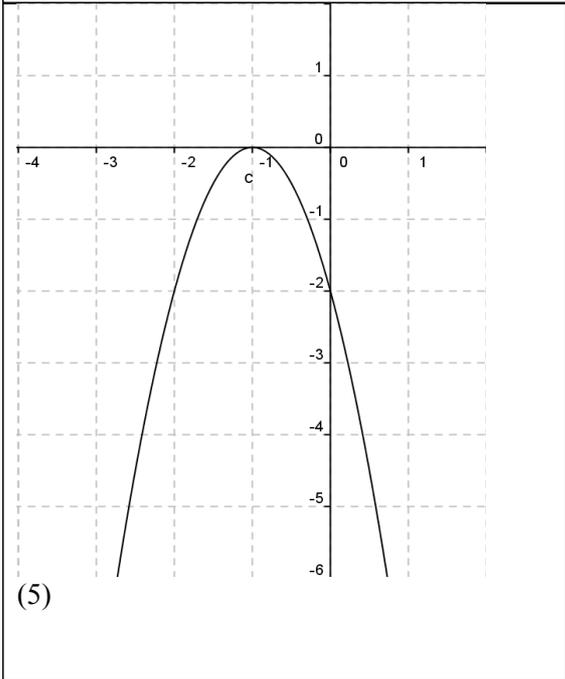
Atividade 2: Com 80 metros de uma cerca um fazendeiro deseja circundar uma área retangular junto a um rio para confinar alguns animais. Quais devem ser as medidas do retângulo para que a área circundada seja máxima?



Atividade 3: Relacione as equações abaixo aos seus respectivos gráficos:



(4)



()
 ()
 ()
 ()
 ().

Dica: Utilize o procedimento da atividade 5 da aula 10.

Capítulo 10: Exponenciais, logaritmos e aplicações.

Aula 12: Exponencial.

Uma peste assolava uma cidade da Grécia Antiga e seus habitantes foram orientados pelo oráculo a duplicar o volume do altar do deus Apolo. Tratava-se de um altar cúbico, com cada aresta medindo uma unidade de comprimento. Qual deveria ser a nova medida da aresta para que o volume do altar ficasse duplicado? Para simplificar, digamos que o altar antigo tivesse 1m^3 , então o novo deveria possuir 2m^3 . Chamemos a nova aresta de b . Assim, deveríamos ter $b^3 = 2$. O problema envolvido nessa lenda é famoso problema da duplicação do cubo.

Notamos que se duplicarmos o valor da aresta, o volume será 8m^3 , e não 2m^3 . O número b é, portanto, menor que 2. Este número b é denotado por $\sqrt[3]{2}$.

Atividade 1: Estime com uma calculadora de bolso simples, o valor de $\sqrt[3]{2}$ e complete a tabela conforme o exemplo:

Dica: Sabemos que $1 < \sqrt[3]{2}$ e que $\sqrt[3]{2} < 2$. Logo a raiz cúbica de 2 é algum número entre 1 e 2.

Tentativa x		Maior ou menor que 2?	Avaliação
1,5	3,375	maior	Tentar um número menor que 1,5
1,2	1,728	menor	Tentar um número entre 1,2 e 1,5
Conclusão: A raiz cúbica de 2 é aproximadamente igual a _____.			

Quando tratamos de equações exponenciais em sala de aula, alguns alunos questionam em que situações tais equações poderiam ser úteis. Na realidade as equações exponenciais são ferramentas importantes em diversas áreas de conhecimento tais como economia, medicina legal, arqueologia, história, entre outros.

Informações sobre o Carbono 14 (texto para as atividades 2 e 4 da aula 12)

Uma questão relevante que se coloca nos estudos de arqueologia e de história é saber a idade de objetos encontrados, saber se são atuais ou de uma civilização que viveu há anos atrás. Um dos métodos para avaliar a idade de um objeto antigo feito de madeira é o processo de datação por meio de Carbono 14.

O carbono 14, indicado por C^{14} é um isótopo radioativo do carbono, formado na atmosfera devido ao bombardeio da terra por raios cósmicos. Através dos tempos, a quantidade de C^{14} tem se mantido constante porque sua produção é compensada por sua desintegração. Os seres vivos absorvem e perdem C^{14} de modo que em cada espécie, a taxa de C^{14} também se mantém constante. (O carbono 14 é criado nos vegetais durante o processo da fotossíntese e absorvido pelos animais através da ingestão, direta ou indireta de vegetais). Quando o ser morre, a absorção cessa, mas o C^{14} nele existente continua a desintegrar-se. Este fato pode ser usado para determinar a idade de um fóssil ou de um objeto muito antigo feito de madeira, pois há uma regra para a desintegração do carbono 14: a cada 5570 anos a massa existente se reduz a metade. Assim se um objeto de madeira antigo tem 50g de carbono 14, e um idêntico, feito hoje tem 100g de carbono 14, isto significa que o objeto antigo foi feito há 5570 anos. Passando-se mais 5570 anos, este mesmo objeto terá somente 25g de carbono 14.

Atividade 2: Carbono 14 - I

Para refletir: Feito este preâmbulo, podemos abordar o seguinte problema: Suponha que em 2010 se encontrem restos de um utensílio de madeira, que pelas circunstâncias do achado, gerem a suspeita de terem pertencido a uma civilização antiga. Se a quantidade de carbono 14 presente no objeto hoje for a oitava parte da esperada para um igualzinho, feito hoje, qual é a idade presumida para o utensílio?

Utilizando os dados acima, complete a tabela e responda a reflexão:

Tabela XXXIV

Tempo (em períodos de 5570 anos):	Quantidade de carbono 14 (em gramas) existente em um pedaço de madeira viva:
0	M (M é a massa de carbono 14 no tempo 0)
1	
3	
5	
n	

É interessante que os estudantes percebam a interconexão dos assuntos estudados, assim convém salientar a relação das equações exponenciais com as progressões geométricas.

Atividade 3: O velho conto chinês.

Este conto afirma que inventor do jogo de xadrez pediu uma recompensa pela sua criação. Na primeira casa seria colocado um grão de trigo, na segunda dois, na terceira, 4 grãos; na quarta 8, e assim sucessivamente, sempre colocando na casa seguinte o dobro de grãos colocados na casa anterior.

Em qual casa seriam colocados 128 grãos?

Tabela XXXV

casas	1ª casa	2ª casa	3ª casa	4ª casa	5ª casa	nª casa
Nº de grãos:	1		4			n
Nº de grãos em potência de 2.						

Atividade 4: Decaimento Radioativo (carbono 14 – II)

Utilizando as informações sobre o **Carbono 14** vamos juntos fazer uma grande investigação arqueológica.

Num castelo inglês existe uma velha mesa redonda de madeira que muitos afirmam ser a famosa Távola do Rei Arthur, soberano que viveu no século V. Por meio do contador Gêiser (instrumento que mede radioatividade) constatou-se que a massa de **carbono 14** hoje existente na mesa é cerca de **0,9 vezes** a massa que existe num pedaço de madeira viva com o mesmo peso da mesa.

A massa de **carbono 14** que existe na madeira viva de mesmo peso da mesa é 3.600 gramas, que é a mesma de quando ela foi feita.

1- Preencha a tabela abaixo e responda o item 2 de acordo com os resultados observados.

Tabela XXXVI

Tempo (em períodos de 5570 anos) ⁸	Quantidade de carbono 14 (em gramas) existente em um pedaço de madeira viva
0	$\frac{3.600}{2^0} =$
1	$\frac{3.600}{2^1} =$
2	
3	
4	
t	

Aula 13: Logaritmo.

Atividade 1: Na creche onde Maria trabalha há uma piscina infantil com capacidade para 900 litros de água. Quando a piscina está completamente cheia, coloca-se nela 10 gramas de cloro. Água pura (sem cloro) continua a ser colocada na piscina a uma vazão constante, sendo o excesso de líquido eliminado através de um ladrão. Depois de uma hora, um teste revela que ainda restam 9 gramas de cloro na piscina, ou seja, 10% da quantidade inicial. Com mais testes foi possível saber que a quantidade de cloro da piscina a cada hora diminui em 10%.

⁸ A meia vida de uma substância é o tempo necessário para que sua massa se reduza a metade. A meia vida do **carbono 14** é 5.570 anos.

Maria veio com uma lista de dúvidas envolvendo a quantidade de cloro na piscina. Será que poderíamos ajudá-la utilizando nossos conhecimentos matemáticos?

- a) Que quantidade de cloro restará na piscina 10 horas após a sua colocação?
- b) E após meia hora de aplicação?
- c) E após t horas?

Tabela XXXVII

tempo (em horas)	Quantidade de Cloro(em gramas)	Quantidade de cloro expressa como uma porcentagem da quantidade inicial de cloro.
0	10	10
1	9	10
2		
3		
4		
t		

- d) Quanto tempo leva para que a quantidade de cloro colocada na piscina se reduza à metade?

Observação1: Na primeira hora 1g de cloro foi retirado da piscina, mas na segunda hora sai menos cloro, pois a solução está mais diluída. Na verdade, a quantidade de cloro que sai da piscina é proporcional a quantidade existente. Fenômenos com esta característica são modelados através de funções exponenciais.

(Observação 2: Para resolver o item d) da questão anterior, é útil fazer uso do conceito de logaritmos. Por exemplo, resolver a equação $2^x=8$, significa descobrir a que valor devemos elevar a base 2, para que o resultado obtido seja 8. Isto é equivalente a perguntar qual é o logaritmo de 8 na base 2. O número que satisfaz à equação é 3. Assim (lê-se: logaritmo de 8 na base 2 é igual a 3) é equivalente a $2^3=8$. O conceito de logaritmo é usado quando a base é positiva e diferente de 1, como veremos no próximo texto.

Logaritmos e exponencial. ⁹

⁹ Notação: Quando a base b vale 10, o logaritmo de um número x se escreve $\log x$ ou apenas $\log x$, omitindo-se a base. Isto é, quando a base não aparece, subentende-se que o logaritmo está sendo considerado na base 10. A notação $\ln x$, significa $\log_e x$, onde e é um número irracional que vale aproximadamente 2.718.

Sabemos que para efetuar o produto de duas potências de mesma base, basta conservar a base e somar os expoentes. Por exemplo:

Quando a base b é positiva e diferente de 1 poderemos descrever a igualdade: $a = b^x$. Em linguagem de logaritmos. Para isto, chamemos x e a . Verificamos que:

Além disso, como $a = b^x$, vem que $x = \log_b a$. Portanto:

Exemplo numérico:

Quando $a = b$, a relação acima se torna:

Exemplo numérico:

Usando o mesmo processo, concluímos que:

Por indução prova-se que a fórmula abaixo vale para qualquer natural p , e, embora não tão fácil de provar, a fórmula vale ainda para qualquer p real.

Nas equações exponenciais a incógnita se situa no expoente. A técnica de calcular o logaritmo em ambos os membros da igualdade é útil, em virtude da propriedade descrita acima.

- Agora, retorne à atividade 4 da aula anterior e responda: A mesa encontrada tem chances de ser a famosa Távola do Rei Artur?(Dica: $\log 2 \approx 0,301$ e $\log 3 \approx 0,477$)

Relacionando as funções exponencial e logarítmica utilizando o Winplot.

Para traçar gráficos no Winplot:

- 1- Abra o programa, clique em janela e escolha a opção 2-dim;
- 2- Clique em equação, depois em explícita. Aparecerá uma janela onde poderá colocar a função desejada.

3- Clique em OK e o gráfico aparecerá.

Utilize o Winplot para resolver as atividades a seguir:

Atividade 2: Trace no mesmo plano cartesiano as funções: $f(x) = \ln(x)$, $g(x) = e^x$. Trace também a função $h(x)$ e observe a simetria das funções f e g em relação a essa reta.

a) Vá ao menu **dois** -combinações- $f \circ g$, com isso você estará fazendo o gráfico de $f \circ g$, ou seja, a composição de f por g . Como é o gráfico de $f(g(x))$?

b) Em outra tela, trace $f(x) = 2^x$ e sua inversa. Se necessário, use a fórmula de mudança de base para logaritmo:

$$\log_b x = \frac{\log_c x}{\log_c b}$$

Depois faça a sua composição, como no item a.

Atividade 3: Digite as funções: $f(x) = A^x$ e $g(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(A)}$ e $y = x$. Vá até o menu **Animação-**

Parâmetros A-W.... Aparecerá uma janela. Nela, digite 0 e depois clique em def L, depois, no mesmo lugar onde digitou o 0, digite 10 e depois clique em def R. Com isso você fará o parâmetro A variar de 0 a 10. Após essas etapas, clique em auto-rev. Descreva o que ocorre.

Atividade 4: João é nadador e vem há muito tempo se preparando para uma competição nacional. Imediatamente após tomar uma dose de 60 mg de um medicamento, lendo a bula, descobriu que o remédio continha uma substância, que é testada no exame antidoping. A bula também informava que a cada 6 horas após a ingestão do remédio, a quantidade da substância no organismo caía à metade. João ficou ansioso para conseguir responder às seguintes perguntas:

a) Após 12 horas da ingestão das 60 mg, qual é a quantidade de remédio que ainda estará presente em seu organismo?

b) Após 3 horas da ingestão, qual é a quantidade de remédio ainda presente no organismo?

c) Ele tomou o medicamento às 8 horas da manhã. A competição será no dia seguinte, às 14 horas. Qual a quantidade de remédio que haverá no seu organismo no momento da competição?

d) Depois ele percebeu que não sabe exatamente em que momento seria feito o exame antidoping, e quis saber a quantidade do remédio em função do tempo.

e) Informando-se que o médico da equipe, do qual, diga-se de passagem, levou uma bronca, soube que 2 miligramas deste remédio no organismo já acusavam a substância proibida no exame. Pelo menos quanto tempo, entre a ingestão e a realização do exame, deve se passar para que o exame dê negativo? Preencha a tabela:

Tabela XXXVIII

Tempo (em horas)	Quantidade de Remédio (em gramas) presente no corpo
0	60

1 X 6	
2 X 6 = 12	
3 X 6	
4x6	
5x6	
nx6	

Dicas: 0.48, 0.3. Aqui o logaritmo está sendo tomado na base 10.

Aula 14: Problemas envolvendo o uso de logaritmos.

Atividade 1: O cálculo do índice do PIB é feito através da seguinte fórmula:

$$\text{Índice do PIB} = \frac{\log(\text{PIB per capita}) - \log 100}{\log 40000 - \log 100}$$

, onde o PIB *per capita* é o valor da renda *per capita* de um país. O valor máximo de renda per capita, em dólares; considerado para efeito deste cálculo é 40 000 dólares. O índice do PIB é utilizado no cálculo do IDH (índice de desenvolvimento humano) que leva em conta também dados como o nível de educação e expectativa de vida. Dados: (*dados* $\log 2 \cong 0,30$)

Pergunta-se: Qual é aproximadamente o índice de PIB de um país cujo PIB per capita é 10 000?

Atividade 2: Nosso ouvido percebe uma extensa faixa de intensidade de ondas sonoras. Denotaremos a intensidade de onda sonora pela letra I. Conseguimos perceber os sons a partir da intensidade 10^{-12} W/m² (Watt por metro quadrado), este é o limiar da audição humana.

A faixa de audição se estende até cerca de 1 W/m^2 , esta intensidade já provoca dores na maioria das pessoas. A nossa percepção da intensidade não varia diretamente com a intensidade do som, porém mais aproximadamente com o logaritmo da intensidade do som. Isto motivou a criação do conceito de nível de intensidade, que é medido em decibéis, e denotado por G. A relação entre a intensidade sonora I e o nível de intensidade G, é descrita pela fórmula:

- Qual o valor corresponde ao limiar de audição na nova escala G?
- Qual o valor corresponde à audição dolorosa na nova escala G?

Coloque as informações na tabela abaixo:

Tabela XXXIX

	Intensidade sonora(I) (W/m ²)	Nível de intensidade G (decibéis (dB))
Limiar da audição	10 ⁻¹²	
Audição dolorosa	1	

Atividade 3: Considere os números $a=$ e $b=$. Determine x e y tais que e Calcule o produto de a por b, e encontre uma aproximação para ele na base decimal utilizando que

SUGESTÕES PARA ESTUDO

É muito comum ficar em dúvida se é bom ou não utilizar a calculadora quando se está estudando Matemática. Esta dúvida procede, pois o uso excessivo e precoce deste instrumento pode prejudicar o desenvolvimento da habilidade de efetuar os cálculos elementares. No entanto, em certas situações a calculadora se revela uma grande aliada do aprendizado. Se bem utilizada, pode fomentar uma série de questionamento e instigar a curiosidade. Um experimento interessante a ser feito com uma calculadora é o seguinte. Escolha um número positivo, por exemplo, o número 3. Multiplique este número por 10, 100, 1000. Com uma calculadora científica calcule , , , . Verifique o que acontece. Faça um experimento similar, desta vez dividindo o número por 10, 100, 1000. Calcule os respectivos logaritmos e veja o que acontece. A partir de experimentos como este você pode redescobrir diversas propriedades interessantes dos logaritmos, e seu estudo ficará bem mais divertido.

Atividade 4: Diogo fez um delicioso café, mas esqueceu de colocá-lo na garrafa térmica. Era um belo dia, com a temperatura estável em torno de 30° C. A temperatura inicial do café era 94° C , mas ele foi esfriando, obedecendo a Lei de Resfriamento de Newton. Este grande matemático do século XVII observou que quando a temperatura ambiente é estável, *a diferença entre a temperatura de um objeto e a ambiente, varia proporcionalmente com esta diferença.*

A tabela abaixo, que você vai acabar de preencher, explicita como se deu a Lei do Resfriamento de Newton no caso do café de Diogo. Neste caso, a nova diferença de temperatura foi sempre metade da diferença de temperatura anterior, em intervalos constantes de tempo conforme indicado na terceira coluna da tabela. No exemplo, o tempo foi contado a partir do momento que o café ficou pronto.

a) Preencha a tabela conforme o modelo.

Tabela XL

t (tempo em intervalos de 10 minutos)	Tempo em minutos.	$\Delta T=y-30$ (diferença entre a temperatura y do café no tempo t e a temperatura ambiente, que neste exemplo vale 30°)	Regra para obter a nova diferença de temperaturas, denotada por ΔT , em função da diferença de temperatura inicial	Temperatura y do café no tempo t . (Como $\Delta T=y-30$, então $y=30+\Delta T$)
0	0	64 (no tempo $t=0$, temperatura y do café vale 94, assim $y-30=94-30=64$)	64	94
1	10	32 (obtido fazendo-se: $64 \div 2$)	x 64	62 (obtido fazendo-se $30+32$)
2	20	16 (obtido fazendo-se: $32 \div 2$)	x 64	46 (obtido fazendo-se $30+16$)
3				
4				
n		Não preencher este campo		

- b) Qual é a temperatura do café, depois de 1 hora?
- c) Qual é a temperatura do café depois de 5 minutos?
- d) Quantos minutos depois de pronto, o café atingiu a temperatura de 50°C ? Para efeito de cálculos, use

O jogo do trio

Notamos que $1=10^0$, $10=10^1$, $100=10^2$ e $1000=10^3$ são potências de 10 com expoentes inteiros. No jogo, será chamado de *trio* um grupo de três cartas: uma potência de 10 com expoente não inteiro, cercada pelas potências de 10 mais próximas, com expoentes inteiros. Exemplo: $10^0, 10^1, 10^2$ é um trio, enquanto $10^0, 10^1, 10^3$ não é considerado um trio.

Sugestão das 35 cartas para o jogo:

- 4 cartas contendo o número 1
- 9 cartas contendo o número 10
- 9 cartas contendo o número 100
- 4 cartas contendo o número 1000
- 3 cartas com potências localizadas entre 1 e 10.

Por exemplo: $10^0, 10^1$ e 10^2

Observação: $2 \approx 10^0, 3 \approx 10^0, 6 \approx 10^0$. Para jogar, os alunos não precisarão desta informação pois eles apenas vão necessitar utilizar que cada uma destas potências está situada entre 1 e 10.

- 3 cartas com potências localizadas entre 10 e 100.

Por exemplo: $10^1, 10^2$ e 10^3

- 3 cartas com potências localizadas entre 100 e 1000.

Por exemplo: $10^2, 10^3$ e 10^4 .

Dinâmica do jogo:

Sugere-se que a turma seja dividida em grupos de 4 alunos e que cada grupo faça as 35 cartas de mesmo tamanho. Depois que o jogo estiver pronto, embaralham-se as cartas, e elas são distribuídas entre os componentes, 3 dos quais receberão 9 cartas, e um receberá 8. O jogador que estiver com uma carta a menos, dará início ao jogo, comprando uma carta do adversário à sua direita. Após comprá-la ele deve descartar todos os trios. O jogador do qual foi retirada uma carta, deve comprar uma carta do jogador à sua direita e descartar os trios que tiver, e assim sucessivamente, até que algum dos jogadores fique sem nenhuma carta. Este será o vencedor.

Obs.: Em princípio, pode parecer muito difícil estimar a que número devemos elevar o 10, para obtermos, por exemplo, 60, mas é de suma importância que os alunos notem que 1 é pouco, pois $10^1 < 60$ e 2 é muito, pois $100 > 60$. Uma proposta de atividade introdutória é a implementação de uma brincadeira onde os estudantes são levados a verificar se os números do jogo que aparecem sob forma de potência se situam entre 1 e 10, 10 e 100 ou 100 e 1000.

- h) Lima, Elon Lages; Carvalho, Paulo Cezar Pinto de; Wagner, Eduardo; Morgado, Augusto César. *A Matemática do Ensino Médio*. Volume 1. Sociedade Brasileira de Matemática. Correio eletrônico: vendalivros@sbm.org.br. Sítio: www.sbm.org.br.
- i) Tinoco, Lucia (coordenadora). *Construindo o Conceito de Função*. Projeto Fundação, Instituto de Matemática – UFRJ. Correio eletrônico: pfundao@im.ufrj.br.
- j) Tinoco, Lucia (coordenadora). *Razões e Proporções*. Projeto Fundação, Instituto de Matemática – UFRJ. Correio eletrônico: pfundao@im.ufrj.br.
- k) Markovits, Z.; Eylon M. S.; Bruckheimer, M. Dificuldades dos alunos com o conceito de função. In: Coxford, A. F; Shulte A. P. (Orgs). *As idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.
- l) POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Interciência. Rio de Janeiro, 1977.
- m) TALL, D. **Advanced Mathematical Thinking**. Series: [Mathematics Education Library](#). Springer. 1994.