

Funções de várias variáveis e Ensino Básico

Professora: Fátima

1 Introdução

No curso de Cálculo I, lidamos em geral com funções cujo domínio é um subconjunto de \mathfrak{R} e o contradomínio é o conjunto dos números reais. Neste curso, trabalharemos com funções em que o contradomínio pode envolver produtos cartesianos do conjunto \mathfrak{R} , como $\mathfrak{R}^2 = \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}$ e $\mathfrak{R}^3 = \mathfrak{R} \times \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}$, por exemplo, e cujo domínio pode ser um subconjunto de conjuntos deste tipo. Iniciaremos dando exemplos de funções reais, isto é, com contradomínio \mathfrak{R} , mas cujo domínio pode ser um subconjunto de \mathfrak{R}^n , $n \in \mathbf{N}^*$, em que n não seja necessariamente 1. Será que funções como estas aparecem no ensino básico? Veremos, por meio desta sequência didática, que usar alguns tipos de função neste modelo é útil para modelar problemas envolvendo grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, em particular, trabalharemos com problemas que envolvem a chamada *regra de três composta*.

1. Considere um retângulo de lados x e y cuja área seja 10. Se triplicarmos, por exemplo, apenas o lado x , qual será a área do retângulo formado? E se triplicarmos apenas o lado y ? Dizemos que a área é proporcional a x , assim como a y . Assim $f(kx, y) = kf(x, y)$ e também $f(x, cy) = cf(x, y)$. O curioso é que daí podemos perceber que a área do retângulo é dada pela função:

$$f(x, y) = f(1 \times x, 1 \times y) = xyf(1, 1) = xy,$$

pois a área de um retângulo de lados 1 e 1 vale 1.

2. Prove que se uma grandeza $w = f(x, y, z)$ é diretamente proporcional a cada uma das grandezas x , y e z então:

$$f(x, y, z) = kxyz,$$

onde k é uma constante.

3. (Temas e problemas elementares- 2ª edição - Elon Lages Lima et al, pag 13) Trabalhando 8 horas por dia, 3 trabalhadores constroem um muro de 40m de comprimento em 12 dias. Se o número de horas de trabalho

diário for reduzido para 6 e o número de trabalhadores aumentado para 5, qual o comprimento de um muro de mesma altura que eles construirão em 15 dias? **Resposta:** 62,5 m

4. Seja $w = f(x)$ uma grandeza inversamente proporcional a grandeza x , assim:

$$f(cx) = \frac{1}{c}f(x)$$

- (a) Prove que se uma grandeza $w = f(x)$ é inversamente proporcional à variável x , então existe uma constante k tal que:

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

- (b) Prove que se uma grandeza $w = f(x, y, z)$ é inversamente proporcional a cada uma das variáveis x, y e z , então existe uma constante k tal que:

$$f(x, y, z) = \frac{k}{xyz}$$

5. (Temas e problemas elementares- 2ª edição - Elon Lages Lima et al, pag 15) Viajando de carro a uma velocidade média de 60km por hora consigo ir da cidade A para a cidade B em 2 horas e 40 minutos. Qual deve ser a minha velocidade média para que eu percorra a mesma rota em 2 horas?
6. Prove que se uma grandeza $w = f(x, y, z, u, v)$ for diretamente proporcional a x, y e z , mas inversamente proporcional a u e v , então existe uma constante k , tal que:

$$f(x, y, z, u, v) = k \frac{xyz}{uv}$$

7. (Temas e problemas elementares- 2ª edição - Elon Lages Lima et al, pag 19) Com 5 teares funcionando 6 horas por dia, uma tecelagem fabrica 1800m de tecido com 1,20m de largura em 4 dias. Se um dos teares não puder funcionar e a largura do tecido for de 0,80m, em quanto tempo a tecelagem fabricará 2000m do mesmo tecido, com as máquinas funcionando 8 horas por dia?