

Curva de Nível. Superfície de Nível.

Fátima(Febf-UERJ)

Curvas e Superfícies de Nível

Vamos iniciar este tópico apresentando funções cujo domínio está contido em \mathbf{R}^n e cujo contradomínio é \mathbf{R} . Numa função escalar real o contradomínio é sempre \mathbf{R} .

Exemplos de funções escalares de (\mathbf{R}^n em \mathbf{R}).

1. Considere uma placa circular de raio 10, centrada na origem. Suponha que sua temperatura é dada pela função:

$$f(x, y) = x^2 + y^2,$$

cujo gráfico está representado na figura [1].

Responda:

- (a) Descreva a imagem de f em linguagem matemática.
- (b) Qual a temperatura da chapa no ponto (1,2)? Qual a temperatura da chapa no ponto (3,5)?
- (c) Que pontos da chapa tem temperatura 9?
- (d) Que pontos da chapa tem a mesma temperatura do ponto (4,0)? Qual é esta temperatura? **Resposta:** Todos os pontos do círculo de raio 4 possuem temperatura 16.

Definição 1 (Curva de Nível) Chamamos de curva de nível c de uma função $f : D \subset \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ ao conjunto:

$$\{(x, y) \in D \mid f(x, y) = c\}$$

onde D é o domínio de f .

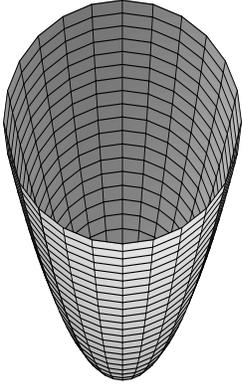


Figura 1: Parabolóide $f(x, y) = x^2 + y^2$

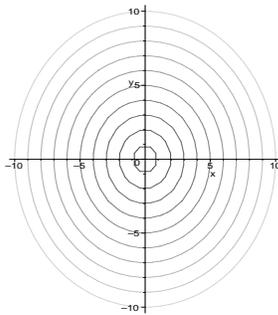


Figura 2: Algumas curvas de nível da função de $f(x, y) = x^2 + y^2$

Algumas curvas de nível do parabolóide $f(x, y) = x^2 + y^2$ são mostradas na figura [2]

- (e) Qual a curva de nível 25? Em outras palavras, quais pontos da chapa possuem temperatura 25?
2. Uma bola de metal de raio 10 centrada na origem tem a temperatura descrita pela equação $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$.
- (a) Descreva a imagem de f em linguagem matemática.
- (b) Qual a temperatura da chapa no ponto (3,2,1)? Qual a temperatura da chapa no ponto (1,3,1)?
- (c) Que pontos da chapa tem temperatura 4?
- (d) Que pontos da chapa tem a mesma temperatura do ponto (2,2,0)? Qual é esta temperatura?

Definição 2 (Superfície de nível) Chamamos de superfície de nível c de uma função $f : D \subset \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ ao conjunto:

$$\{(x, y, z) \in D \mid f(x, y, z) = c\}$$

onde D é o domínio de f .

- (e) Qual é a superfície de nível 36? Em outras palavras, quais pontos da chapa possuem temperatura 36?

Curvas de nível no Geogebra - Exemplo 1

Curvas de nível no Geogebra - Exemplo 2