

Primeira Lista de Cálculo III  
Professora Fátima

1. Determine uma equação cartesiana do plano que passa pelos pontos  $A=(12,4,-3)$ ,  $B=(-2,-2,5)$  e  $C=(3,-1,3)$ . Encontre um vetor normal a este plano. Esboce o gráfico do plano em  $\mathbb{R}^3$ .
2. Encontre a equação cartesiana do plano gerado pelos vetores  $(0,4,-3)$  e  $(4,0,-1)$  e que passa no ponto  $(5,1,1)$ . Determine um vetor normal a este plano.
3. Esboce o gráfico das seguintes superfícies especiais em  $\mathbb{R}^3$ :
  - (a) Do cilindro  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ . Identifique a curva diretriz, determinando o plano em que ela se encontra, assim como a reta geratriz.
  - (b) Do cilindro  $z = x^2$ . Identifique a curva diretriz, determinando o plano em que ela se encontra, assim como a reta geratriz.
  - (c) Do cone gerado pela rotação da reta  $z = 3y$  em torno do eixo  $z$ . Encontre uma equação cartesiana para este cone.
4. (Simons-Cálculo com Geometria Analítica, Vol. 2) Identifique, em cada caso, a superfície quádrlica (elipsoide, hiperboloide de uma folha, hiperboloide de duas folhas, cone elíptico, paraboloides elíptico, paraboloides hiperbólico). Esboce o gráfico. Confira no Geogebra.
  - (a)  $2x^2 + y^2 + 4z^2 = 16$
  - (b)  $z^2 = 4(x^2 + y^2)$
  - (c)  $z = 4(x^2 + y^2)$
  - (d)  $x^2 + z^2 - 4y^2 = 4$
  - (e)  $y^2 - 4x^2 - 9z^2 = 36$
  - (f)  $z = 4 - 2x^2 - 3y^2$
  - (g)  $z = x^2 - 2y^2$
5. Esboce a curva de nível 1 de  $f(x, y) = x^2 + y$
6. (i-sorteio) Esboce a curva de nível 6 da função  $f(x, y) = y - x^2 + 5x$

7. (ii-sorteio) Determine em cada ponto o gradiente da função:

$$f(x, y) = x^5 y^2 - 4x \operatorname{sen} y + 4y \cos x$$

8. (iii-sorteio) Determine a equação do plano tangente ao gráfico de  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4y + 4$  no ponto  $(3, 1, f(3, 1))$ .

9. (iv- sorteio) Encontre a equação do plano tangente ao gráfico da função definida por  $f(x, y) = x^2 + y^2$ , em  $x = 1, y = 1$ .

10. Encontre a equação do plano tangente ao gráfico da função definida por  $f(x, y) = x e^{xy}$ , em  $x = 1, y = 0$ .

11. Determine e classifique os pontos críticos de cada função.

(a) (v-sorteio)  $f(x, y) = x^3 y + 12x^2 - 8y$

(b) (vi-sorteio)  $f(x, y) = xy^2 + x^3 y - xy$

(c) (vii-sorteio)  $f(x, y) = x^2 y + 3xy - 3x^2 - 4x + 2y$

(d) (viii-sorteio)  $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy + 5$

(e) (ix-sorteio)  $f(x, y) = 2x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y$

(f) (x-sorteio)  $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$ .

12. (xi-sorteio) Uma caixa retangular sem tampa deve ser feita com  $12m^2$  de papelão. Determine o volume máximo de tal caixa.

13. Uma caixa retangular tem um volume igual a 20 metros cúbicos. O material usado nos lados custa 1 real por metro quadrado, o material usado no fundo e no tampo custa 2 reais por metro quadrado. Pede-se:

(a) Dê exemplo de 3 caixas atendendo o enunciado do problema, mas que possuam preços diferentes. Identifique cada caixa através das dimensões de seus lados.

(b) Quais as dimensões da caixa mais barata?

(c) Qual o preço da caixa mais barata?

14. O potencial eletrostático em uma região do espaço é dado por  $V(x, y, z) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$ . Pede-se:

(a) Qual o valor do potencial eletrostático no ponto  $(0, 5, 12)$ ?

- (b) A partir do ponto  $(0,5,12)$  deseja-se ir para pontos de maior potencial. Indique através de um vetor, a direção e o sentido a seguir momentaneamente, de modo a otimizar este aumento.
- (c) Determine um vetor normal a superfície equipotencial que passa por  $(0,5,12)$ .
15. (xii-sorteio) Determine os valores extremos da função  $f(x, y) = x^2 + 2y^2$  na circunferência  $x^2 + y^2 = 1$ .
16. Encontre a distância mínima da origem à hipérbole de equação  $x^2 + 8xy + 7y^2 - 225 = 0$ .
17. Uma placa metálica circular com 1 metro de raio está colocada com seu centro na origem do plano  $xy$  e é aquecida de modo que a temperatura no ponto  $xy$  é dada por  $T(x, y) = 64(3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2y + 3)$  graus, onde  $x$  e  $y$  estão em metros. Encontre a maior e a menor temperatura da placa.
18. (xiii-sorteio) Uma caixa retangular tem um volume de 20 metros cúbicos. O material usado nos lados custa 1 real por metro quadrado, o material usado no fundo custa 2 reais por metro quadrado e o na parte superior 3 reais por metro quadrado. Quais as dimensões da caixa mais barata?
19. O potencial elétrico  $V$  em um ponto  $(x, y)$  na região  $0 \leq x \leq 1$  e  $0 \leq y \leq 1$  é dado por  $V(x, y) = 48xy - 32x^3 - 24y^2$ . Encontre os potenciais máximo e mínimo nesta região.
20. Encontre os extremos de  $f(x, y) = x^2 + y^2$  restrito ao domínio  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$
21. O custo do exame de taxas de uma certa organização depende do número  $x$  e  $y$  em cada uma das centrais de acordo com a fórmula  $C(x, y) = 2x^2 + xy + y^2 + 100$ . Quantos exames devem ser feitos em cada central a fim de minimizar os custos se o número total de exames precisa ser 16.