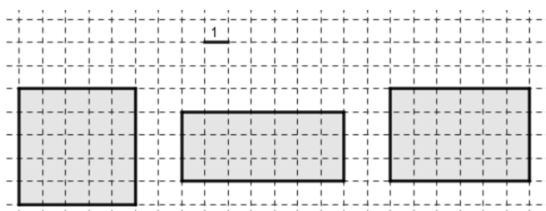
Áreas de figuras planas

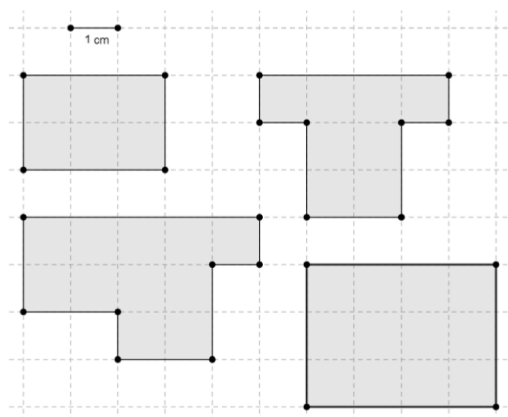
Fátima(Febf-UERJ)

Atividade 1: Trabalhando os conceitos de área e de perímetro.

1. Calcule a área e o perímetro dos seguintes retângulos:



2. Calcule a área e o perímetro das seguintes figuras planas:



3. Desenhe no papel quadriculado dois retângulos de mesma área, mas com perímetros diferentes. Explicite a área e o perímetro de cada retângulo.

4. Desenhe no papel quadriculado dois retângulos de mesmo perímetro, mas com áreas diferentes. Explicite a área e o perímetro de cada retângulo.

5. Desenhe no papel quadriculado, duas figuras planas, pelo menos uma delas não sendo retângulo, com mesma área, mas com perímetros diferentes. Explicite a área e o perímetro de cada figura plana.

6. Desenhe no papel quadriculado, duas figuras planas, pelo menos uma delas não sendo retângulo, com mesmo perímetro, mas com áreas diferentes. Explicite a área e o perímetro de cada figura plana.

7. Questão para investigação: Retângulos com mesmo perímetro têm necessariamente a mesma área?

8. Questão para investigação: Retângulos com mesma área têm necessariamente o mesmo perímetro?

Atividade 2: Área de paralelogramos:

Todo paralelogramo pode ser "transformado"em um retângulo de mesma base e mesma altura do que ele. Vamos ilustrar este fato a partir de um exemplo. Recorte o paralelogramo (figura A) na linha indicada de modo que ele fique dividido em um triângulo e um trapézio. Em seguida, encaixe estas figuras planas no retângulo (figura B). Repare que tal retângulo possui a mesma base e a mesma altura do paralelogramo inicial.

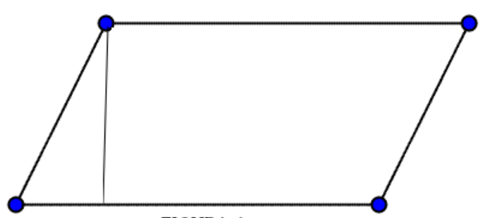


FIGURA A

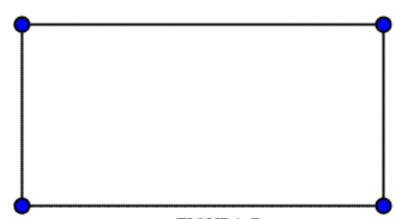


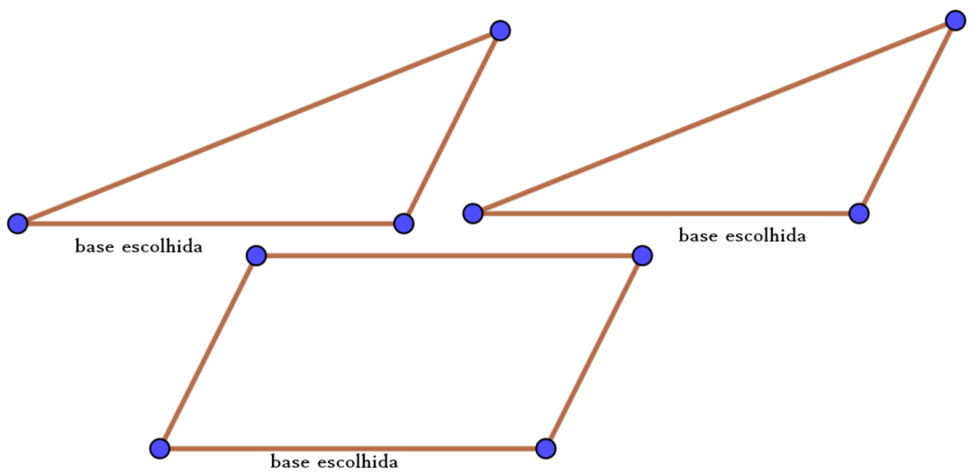
FIGURA B

Assim, a área de um paralelogramo é a mesma área de um retângulo que possui a mesma base e a mesma altura do que ele. Resumidamente a área de um paralelogramo é base $\times$ altura, assim como a área do retângulo. Logo:

$$\text{Área do paralelogramo} = \text{Área do retângulo} = \text{base} \times \text{altura}$$

Atividade 3: Área de triângulos

Dado um triângulo, podemos montar um outro triângulo congruente a ele. Com os dois triângulos "iguais"podemos montar um paralelogramo. Assim concluímos que a área de cada um destes triângulos é metade do a área do paralelogramo montado. Notamos que este paralelogramo pode ser visto como possuindo a mesma base e a mesma altura de cada triângulo original, escolhendo-se a base conforme indicado na figura. Para ilustrar a situação, podemos montar o quebra-cabeça abaixo, encaixando os dois triângulos no paralelogramo.

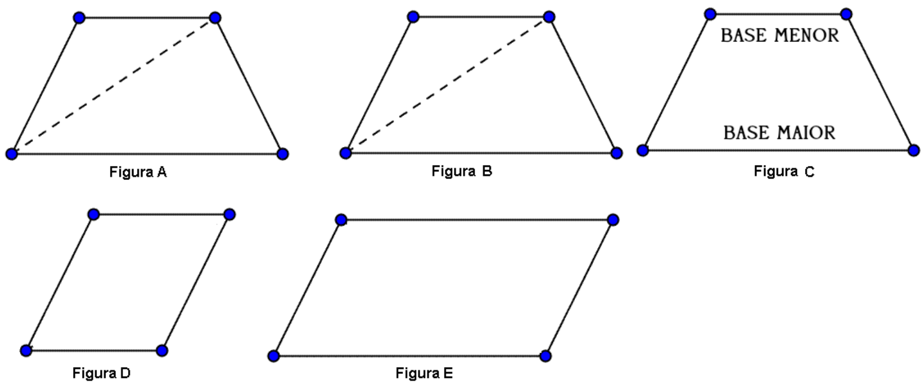


Considerando-se então que a área do paralelogramo em questão base $\times$ altura, á área do triângulo será é

$$\text{Área do triângulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

Atividade 4: Área de trapézios

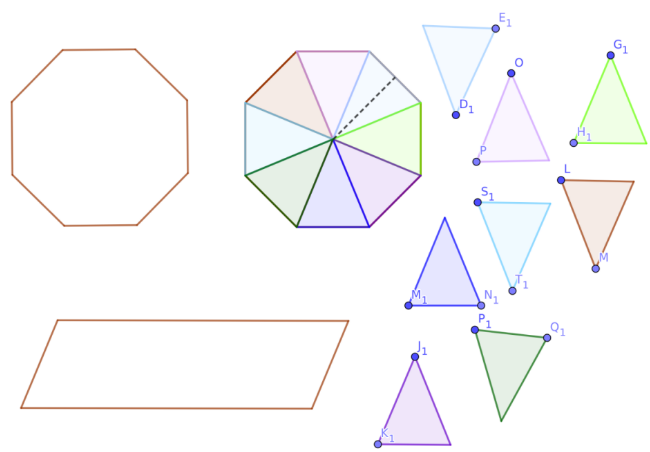
Dado um trapézio, podemos seccioná-lo em dois triângulos. Vamos considerar que as bases possuem medidas diferentes, pois no caso delas serem iguais, caímos no já estudado caso dos retângulos. Tomemos como base do triângulo de menor área, a base menor do trapézio, e como base do triângulo de maior área, a base maior do trapézio. Sabemos calcular a área de cada um dos triângulos, e para saber a área do trapézio, basta somá-las. Para visualizar a situação podemos trabalhar com o quebra-cabeça abaixo. Os dois primeiros trapézios (figura A e figura B) devem ser repartidos, conforme indicado no pontilhado. Os triângulos menores devem ser encaixados no paralelogramo da figura D, enquanto os triângulos maiores devem ser encaixados no paralelogramo da figura E.



A conclusão é que a área do trapézio é dada por:

$$
\begin{aligned}
\text{Área do trapézio} &= \frac{\text{base maior} \times \text{altura}}{2} + \frac{\text{base menor} \times \text{altura}}{2} \\
&= \frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2}
\end{aligned}
$$

Atividade 5: Área de polígonos regulares



Iremos ilustrar o resultado que desejamos apontar utilizando um polígono regular com um número par de lados, em nosso exemplo utilizaremos um octógono regular. A brincadeira consiste em repartir o octógono em 8 triângulos congruentes conforme exibido na figura, e com eles montar um paralelogramo. Feito isto, observamos que a base do paralelogramo mede o semi-perímetro do octógono regular, enquanto a altura, mede o apótema. Como a área do paralelogramo coincide com a área do octógono regular concluímos que:

$$\text{Área do polígono regular} = \text{apótema} \times \text{semi-perímetro}$$

Clique aqui para acessar o quebra-cabeça