Análise Real

Exercícios de revisão

Professora Fátima

1. Verdadeiro ou falso? Justifique. (Nesta questão m, n, pe q são números inteiros)

   (a) A soma de dois números inteiros pares é um número inteiro par.

   (b) Se m e n são ímpares então $m + n$ é ímpar.

   (c) Para que o produto de dois números seja um número racional é necessário que cada um deles seja racional.

   (d) Se $p \neq 0$, $q \neq 0$, então:

   $$\frac{m}{p} + \frac{n}{q} = \frac{qm + pn}{pq}$$

   (e) Se $p \neq 0$, $q \neq 0$, $n \neq 0$, então:

   $$\frac{\frac{m}{p}}{\frac{n}{q}} = \frac{mq}{pn}$$

   (f) Se um natural divide dois outros, então ele divide a diferença entre ambos.

2. (Provão 98 - Parte B) Considere a seqüência $\sqrt{2}$,$\sqrt{2+\sqrt{2}}$, $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$, ... definidapor $a_1 = \sqrt{2}$ e $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$, para $n \geq 1$. Mostre que $a_n < 2$ para todo $n \geq 1$.Sugestão: Utilize o Princípio da Indução.

3. Mostre que $n^2 - 3n + 4$ é um número inteiro para todo inteiro n.

4. Para $n \geq 0$, mostre que $7^n + 2$ é um número divisívelpor 3.

5. Para $n \geq 1$, mostre que $S_n = \sum_{i=1}^{n} i!$ é um número ímpar.

6. (Desigualdade de Bernoulli) Para $h > -1$ e $n \geq 0$, mostre que

   $$(1 + h)^n \geq 1 + nh$$