Equações Diferenciais homogêneas de segunda ordem, com coeficientes constantes.

Professora: Fátima

1. Seja $ay'' + by' + cy = 0,\ a, b, c \in \Re,\ a \neq 0,$, onde y é função da variável t.

   (a) Se r é raiz da equação $ax^2 + bx + c = 0$, mostre que $y = e^{rt}$é uma solução particular da EDO.

   (b) Verifique que se duas funções f e g são soluções da EDO, então $f + g$ também é solução.

   (c) Verifique que se f é solução da EDO e k é uma constante real, então kf também é solução.

   (d) Sejam r_1 e r_2 raízes distintas de $ax^2 + bx + c = 0$. Neste caso $y(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t}$ é solução geral da EDO. Use este resultado para encontrar a solução geral da EDO:
   $$y'' - 5y' + 6y = 0$$

   (e) Sejam $r_1 = A + Bi$ e $r_2 = A - Bi$ raízes complexas de $ax^2 + bx + c = 0$.Neste caso a solução geral $y(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t}$ pode ser reescrita como:
   $$y(t) = e^{At}(k_1 \cos(Bt) + k_2 \text{ sen } (Bt))$$
   Use este resultado para encontrar a solução geral de
   $$y'' + 4y' + 13y = 0$$

   (f) No caso das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ serem reais e iguais a r, para obtermos a solução geral, precisamos encontrar uma outra solução que não seja múltipla de $y_1(t) = e^{rt}$. Verifique que $y_2(t) = te^{rt}$ é solução particular da EDO neste caso.

   (g) A solução geral da equação EDO homogênea com coeficientes constantes, no caso da equação quadrática associada possuir uma raiz dupla igual a r é dada por $y(t) = e^{rt}(c_1 + c_2 t)$. Use este resultado para encontrar a solução geral da EDO
   $$y'' + 6y' + 9y = 0$$

   (h) Resolva a EDO
   $$y'' + 6y' + 9y = 0,\ y(0) = 1, y'(0) = -1$$