

Primeira lista de exercícios de EDO
Professora Fátima

1. (Revisão) Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) $g(t) = t^3$

(b) $h(y) = \cos(y)$

(c) $f(t) = \cos(t^3)$

(d) $F(x) = \int_0^x (2t) dt$

(e) $F(x) = \int_a^x \cos(t) dt$

(f) $F(x) = \int_a^{x^2} \cos(t) dt$

(g) (i-sorteio) $F(x) = \int_a^{x^3} e^t dt$

(h) $F(x) = \int_a^x e^{t^3} dt$

(i) $F(x) = \int_a^{\cos(x)} e^{t^3} dt$. Dica: Considere as funções $g(y) = \int_a^y e^{t^3} dt$ e $h(x) = \cos(x)$. Observe que $F(x) = g(h(x))$

2. Resolva as equações abaixo. Esboce o campo de direções no Geogebra. Interprete o comportamento quando t tende ao infinito. Se este comportamento depender do valor de y quando $t = 0$, explicita esta relação.

(a) $y' = 3 - \frac{y}{2}$

(b) (ii-sorteio) $y' = 2y - 3$

(c) (iii-sorteio) $y' = 3 + 2y$

(d) $y' = -1 - 2y$

(e) $y' = 2t + 1$

3. Resolva a equação diferencial ordinária $ty' + 2y = 4t^2$, com $y(1)=2$. Confira sua solução no Geogebra. Para isso, na janela CAS use o comando:

$$\text{ResolverEDO}(xy' + 2y = 4x^2, (1, 2))$$

Além disso, encontre a solução geral. Confira sua resposta com o comando abaixo, na janela CAS:

$$\text{ResolverEDO}(xy' + 2y = 4x^2)$$

Trace o campo de direções e algumas soluções. Veja o que acontece. Para traçar o campo de direções, inicialmente isole y' no membro esquerdo coloque o conteúdo do membro direito entre os parênteses do comando CampoDeDireções, a ser digitado no campo de entrada. Neste caso teremos

$$y' = -\frac{2y}{x} + 4x,$$

com $x \neq 0$ e o comando fica:

$$\text{CampoDeDireções}\left(-\frac{2y}{x} + 4x\right)$$

4. Resolva as seguintes equações diferenciais.

- (a) $ty' + 2y = \text{sen}(t)$
- (b) $2y' + ty = 2$, com $y(0) = 1$
- (c) (iv- sorteio) $2y' + y = 3t^2$
- (d) $\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2+4x+2}{2(y-1)}$, com $y(0) = -1$
- (e) (v- sorteio) $y' = (1 - 2x)x^2$, com $y(0) = -\frac{1}{6}$
- (f) (vi- sorteio) $x dx + y e^{-x} dy = 0$, com $y(0) = 1$
- (g) (vii- sorteio) $y' = y^{\frac{1}{3}}$, com $y(0) = 0$
- (h) $\frac{dy}{dx} = -6xy$
- (i) (viii-sorteio) $\frac{dy}{dx} - 3y = e^{2x}$, $y(0) = 3$

5. Resolva implicitamente as seguintes equações diferenciais:

- (a) (sorteio ix) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{1-y^2}$
- (b) (sorteio x) $(2x + 3)dx + (2y - 2)dy = 0$
- (c) (sorteio xi) $y \cos(x) + 2xe^y + (\text{sen}x + x^2e^y - 1)y' = 0$. Dica: verifique se a equação é exata.
- (d) (sorteio xii) $(3xy + y^2) + (x^2 + xy)y' = 0$ Dica: verifique se a equação é exata.

(e) (sorteio xiii) $(3x^2 - 2xy + 2)dx + (6y^2 - x^2 + 3)dy = 0$

6. Resolva as seguintes equações diferenciais:

(a) $y'' - y = 0$

(b) $y'' - y = 0$, com $y(0) = 2$ e $y'(0) = -1$.

(c) $y'' + 5y' + 6y = 0$, com $y(0) = 2$ e $y'(0) = 3$

(d) $y'' - 7y' + 10y = 0$

(e) $y'' + 3y' + 2y = 0$

(f) $y'' + y = 0$

(g) $y'' + 9y = 0$

(h) $y'' + y' + y = 0$

(i) $y'' - 6y' + 9y = 0$

(j) $y'' - 2y' + y = 0$

(k) (xiv-sorteio) $y'' - 3y' - 4y = 0$

(l) $y'' - 7y' + 6y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -4$

(m) $y'' - 4y' + 4y = 0$

(n) $y'' + 8y' + 16y = 0$

(o) $y'' - 4y' + 5y = 0$

(p) $y'' - 6y' + 13y = 0$