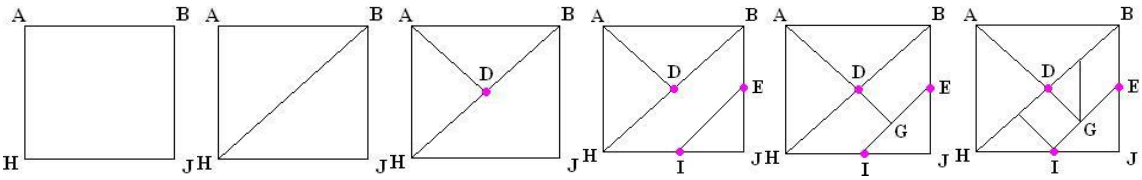
Jogos e Brincadeiras no Ensino de Matemática

Área e perímetro de figuras planas por meio de jogos e artefatos

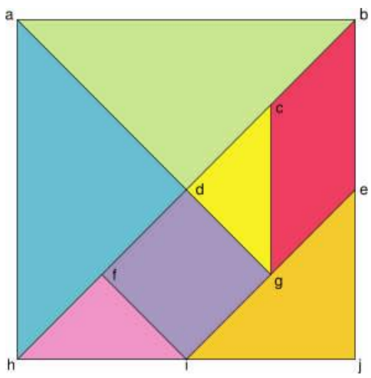
Atividade 1: Áreas e perímetros usando o Tangram

Cada estudante inicia a atividade construindo seu próprio tangran., por meio de dobraduras, conforme a figura.



Assim formamos 7 peças, sendo elas 1 triângulo médio, 1 quadrado, 1 paralelogramo, 2 triângulos pequenos e 2 triângulos grandes.

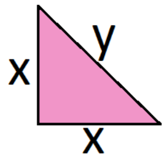
Em seguida com as 7 peças montamos um quadrado(tangram) onde todas as peças devem ser usadas e não é permitido sobrepor nenhuma peça e o tangram ficou da seguinte maneira:



Podemos montar uma tabela e colocar as áreas de cada peça e do tangram completo, usando como unidade de medida cada uma das peças do tangram.

ÁREA	TRIÂNGULO PEQUENO	QUADRADO	PARALELOGRAMO	TRIÂNGULO MÉDIO	TRIÂNGULO GRANDE	TANGRAM
TRIÂNGULO PEQUENO	1	2	2	2	4	16
QUADRADO	½	1	1	1	2	8
PARALELOGRAMO	½	1	1	1	2	8
TRIÂNGULO MÉDIO	½	1	1	1	2	8
TRIÂNGULO GRANDE	¼	½	½	½	1	4
TANGRAM	1/16	1/8	1/8	1/8	¼	1

Usando o triângulo pequeno como unidade de área determinamos as áreas e os perímetros das outras peças

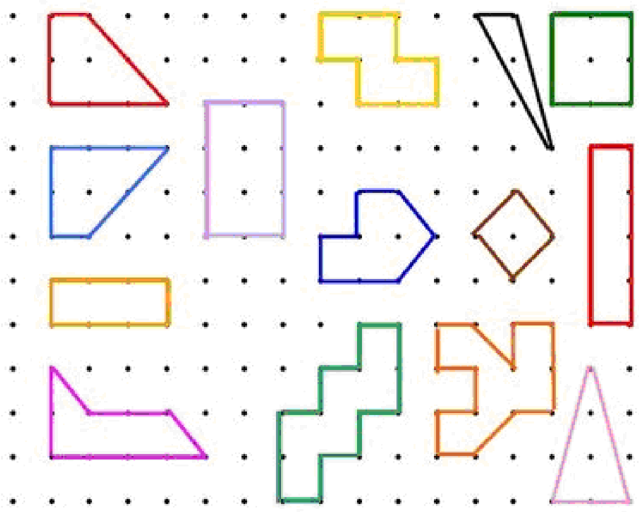


Triângulo pequeno

	PERÍMETRO	ÁREA
TRIÂNGULO PEQUENO	2x + y	$\frac{x^2}{2}$
TRIÂNGULO MÉDIO	2y+2x	x^2
QUADRADO	4x	x^2
PARALELOGRAMO	2y+2x	x^2
TRIÂNGULO GRANDE	4x+2y	$2x^2$
TANGRAM	8y	$8x^2$

<u>Atividade 2:</u> Atividade com o Geoplano

O geoplano é um material didático que consiste numa tábua de madeira, onde são dispostos pregos igualmente espaçados, formando um quadriculado. Utilizando-se elásticos, é possível construir uma diversidade de formas geométricas e explorar as propriedades subjacentes.



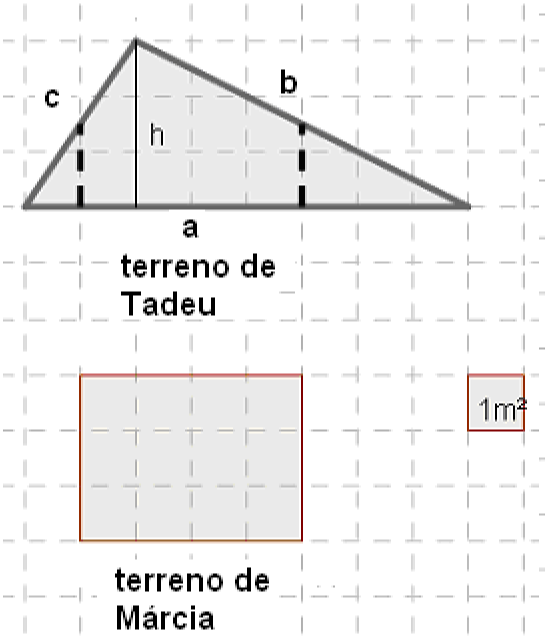
Salientamos que este artefato tem sido utilizado no ensino e aprendizado de crianças cegas ou com baixa visão, tanto em geometria quanto em aritmética, em virtude do apelo tátil propiciado pelos pregos. Os alunos videntes também têm se beneficiado com atividades que favorecem o desenvolvimento do espírito investigativo, assim como a internalização de conceitos complexos, como o conceito de área.

I) ATIVIDADES COM GEOPLANO (professor Novaes)

Com elásticos esticados, construa as figuras abaixo. Registre-as na malha abaixo:

a – Faça alguns retângulos. Determine a área e o perímetro de cada um deles.
b- Crie dois retângulos que possuam a mesma área, mas com perímetros diferentes.
c- Crie dois retângulos que possuam o mesmo perímetro, mas áreas diferentes.
d- Crie dois triângulos que possuam a mesma área.
e- Crie dois triângulos que possuam o mesmo perímetro.
f- Crie um polígono que não seja nem retângulo, nem triângulo e que tenha área 5.
Repita o mesmo exercício, mas agora faça o polígono ter área 7.
g- Crie três polígonos diferentes com perímetro 8, cujas áreas sejam diferentes. Coloque suas áreas em ordem crescente.

II) Tadeu e Márcia são irmãos, e receberam uma área no quintal para cuidarem de seus bichos de estimação. Tadeu escolheu a área triangular, pois esta lhe pareceu maior. Márcia aceitou de bom grado ficar com o terreno retangular, pois teve a impressão que seu perímetro era menor, e teria menos trabalho para cercar a área. Os terrenos das crianças estão representados na figura acima. É verdade que o terreno de Tadeu tem área maior do que o de Márcia? Será que o terreno de Márcia tem mesmo perímetro menor?

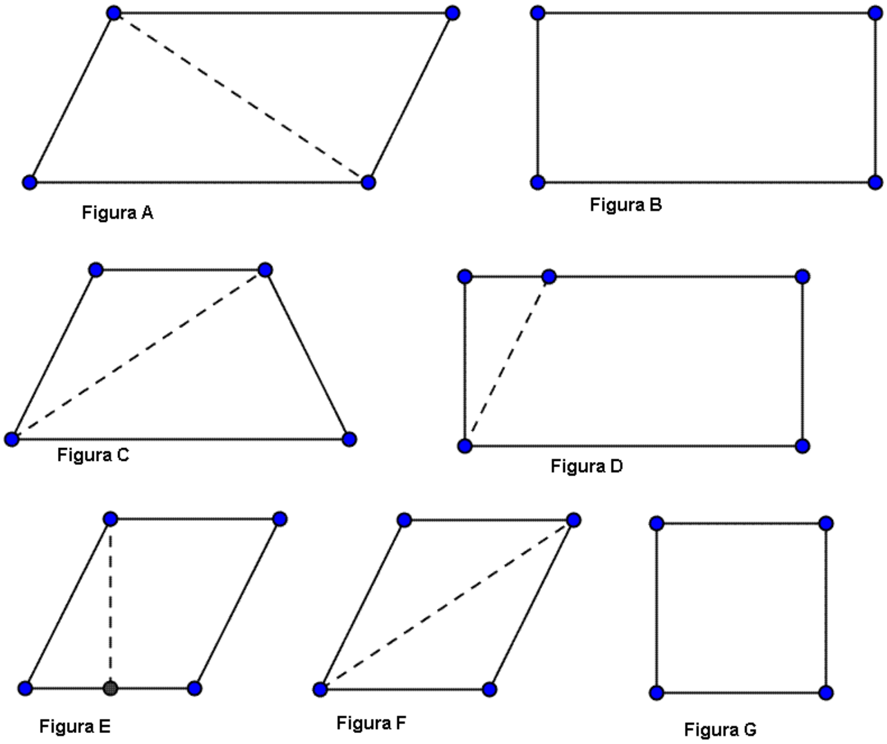


Para investigar a questão da área, podemos pedir que nossos alunos montem um quebra-cabeça. A ideia é copiar o triângulo em uma folha de papel ofício e recortar ao longo das linhas pontilhadas, partindo o triângulo em três partes. Depois, basta mover as peças do triângulo de modo a encaixá-las no retângulo. Com isto será constatado que as áreas na verdade coincidem. Esta área vale 12 m^2, o que pode ser visto contando-se quantos quadradinhos de $1m^2$ cabem dentro do retângulo.

Atividade 3: Quebra-cabeça geométrico

Podemos estudar a área de triângulos, paralelogramos e trapézios através de quebra-cabeças.

Material utilizado: Figuras para montar o quebra-cabeça:



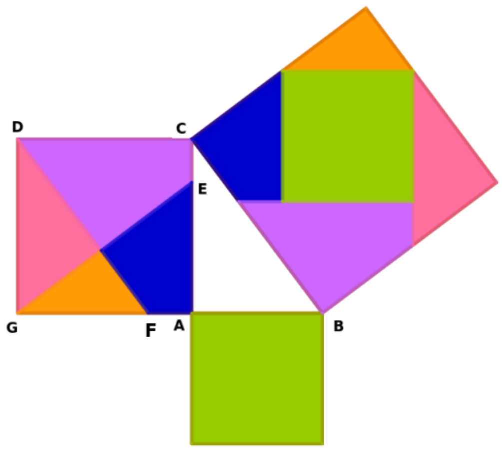
Copie e recorte dois exemplares de cada figura que apresente parte pontilhada. Em um dos exemplares, divida a figura em 2, de acordo com o pontilhado. No verso de cada parte recortada, identifique o nome da figura: A ou B ou C, etc.

Desdobramento:
a) Montando o quebra-cabeça, use as figuras "A" e "D" para concluir que a área do paralelogramo é a mesma da de um retângulo que possua a mesma base e mesma altura. Repita o exercício usando as figuras "E" e "G".
b) Monte um quebra-cabeça usando os dois exemplares da figura "A" para concluir que a área do triângulo é metade da área de um paralelogramo de mesma base e altura. Repita o exercício com os dois exemplares da figura "F".
c) Use os dois exemplares da figura "C" e tente elaborar uma regra para calcular a área do trapézio.
d) Sabendo-se que os lados do retângulo da figura B são 4 e 2 e que a figura G é um quadrado de lado 2, calcule a área de todas as figuras.

Atividade 4: Quebra cabeça do Teorema de Pitágoras

Existem diversas maneiras de tentar convencer nossos alunos de que o teorema de Pitágoras é verdadeiro. Esta justificativa trabalha com a equivalência de áreas. Para montarmos o quebra-cabeça, recuperamos o quadrado “da hipotenusa”, isto é, o quadrado cujo lado mede a hipotenusa de um dado triângulo retângulo, juntando-se os quadrados “de seus catetos”, isto é, adicionando o quadrado cujo lado é o cateto menor do triângulo, com o quadrado cujo lado é o cateto maior do triângulo. No quebra-cabeças, estes dois últimos quadrados aparecem particionados de forma convenientes.

Material utilizado: Os dois quadrados adjacentes aos catetos do triângulo retângulo ABC devem ser recortados. Estes quadrados precisam se encaixar no quadrado adjacente à hipotenusa. O quadrado adjacente ao cateto maior precisa ser subdivido nos polígonos indicados na figura para que se possa fazer o encaixe.



De acordo com a figura abaixo, subdividimos o quadrado adjacente ao cateto maior a partir dos segmentos DF e GE. Observamos que DF paralelo ao segmento CB, e que o ponto E foi estabelecido de modo que o segmento AE seja congruente ao lado menor do triângulo ABC. É interessante constatar que a partir desta construção todas as peças irão se encaixar de modo conveniente, desde que montadas como indicado na figura.

Desdobramento: Os alunos podem manipular o material concreto, ou ainda, usar um aplicativo no Geogebra para fazerem a montagem.
Um método para encontrar não só alguns, mas todos os ternos pitagóricos primitivos é obter ternos no modelo $(u^2-v^2, 2uv, u^2+v^2)$ com u e v positivos, primos entre si, não ambos ímpares e u>v.   Por exemplo, se u=2 e v=1, obtemos o terno primitivo (3,4,5).
Tomando u=4, v=3, obtemos o terno (7,24, 25).
Invente outros valores para u e v, obtendo assim as medidas x, y e z de um triângulo pitagórico.

u	v	$x= u^2-v^2$	$y=2uv$	$z=u^2+ v^2$	Verificar $x^2+y^2=z^2$
2	1	x=3	y=4	z=5	$3^2+4^2=5^2$
4	3				

Em seguida, podemos pedir para os estudantes construírem um triângulo retângulo em uma folha de papel quadriculado, assim como três quadrados: um com lados iguais à hipotenusa, outro com lados iguais ao de um dos catetos e o outro com lados iguais à medida do outro cateto.
A partir da contagem dos quadradinhos eles irão interpretar geometricamente o teorema de Pitágoras. A soma das áreas dos quadrados com lados dados pelos catetos vale a área do quadrado de lado determinado pela hipotenusa.

Referências:

1) Gardner, M. Entertaining science experiments with everyday objects. Dover Publications, Inc. New York, 1981.

2) Kaleff, A.M.M.R et al. Quebra-cabeças geométricos e formas planas. EdUFF. Niterói-RJ, 2005.

3) Lopes, M.L.L, Nasser, L. Geometria na era da imagem e do movimento. Projeto Fundão, IM/UFRJ, Rio de Janeiro, 1996.

4) https://www.geogebra.org/m/jtDnX4Va (área do paralelogramo)
5) https://www.geogebra.org/m/eaBvgXB7 (área do círculo)
6) https://matematicatransformadora.com/quebra-cabeca-de-areas-de-poligonos/ (áreas de figuras planas)